11.24

به نام خدا

فصل اول: بار الکتریکی و نیروی الکتریکی:

← بار الکتریکی خاصیتی قراردادی است که به ذرات بنیادی نسبت داده اند.

← نیروی الکتریکی: ① جاذب (ناهمنام) ② (همنام) دافعه

← قانون کولن: نیروی الکتریکی متناسب است با بار ذرات و معکوس مجذور فاصله بین آنها.

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\,\hat{r} \quad , \quad k = 9\times10^{9}\ N.m^2/c^2$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad , \quad \varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}\ c^2/N.m^2$$

ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ

← بردار یکه: برداری در جهت دلخواه به اندازه واحد:

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad , \quad \hat{i} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}$$

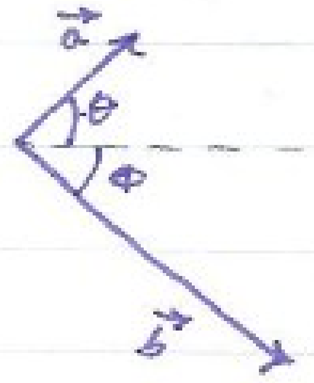
eg: با توجه به شکل در کجا نیروی کل وارد بر q_0 صفر می شود.

بردار برآیند:

1. هم راستا و هم جهت $\quad |\vec{a}|+|\vec{b}| = |\vec{c}|$

2. در خلاف جهت $\quad |\vec{b}|-|\vec{a}| = |\vec{c}|$

3. تجزیه بردار

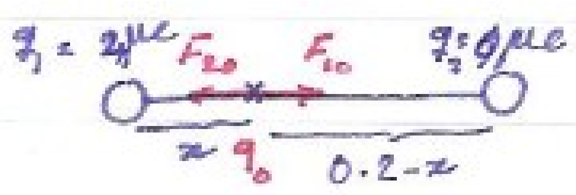


$$\vec{a}_x = \vec{a}\cos\theta \ , \ \vec{a}_y = \vec{a}\sin\theta$$

$$\vec{a}+\vec{b} = \underbrace{(a_x+b_x)}_{c_x}\,\hat{i} + \underbrace{(a_y+b_y)}_{c_y}\,\hat{j}$$

$$\vec{c} = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} \qquad |\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta}$$

$$tg(\varphi+\theta) = \frac{c_y}{c_x}$$



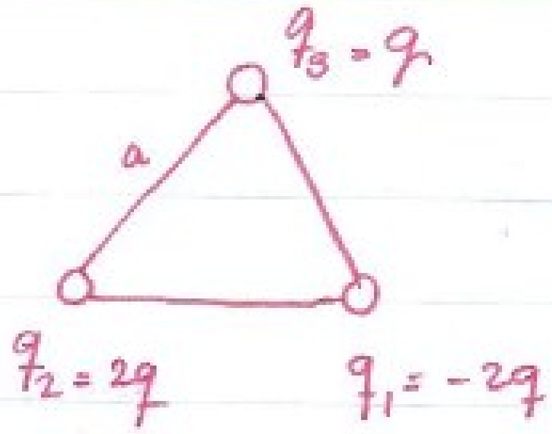
نکته: هرگاه بارها همنام باشند بین فاصله بین دو بار نیرو صفر می شود.

نکته: هرگاه بارها ناهمنام باشند خارج فاصله بین دو بار نیرو صفر می شود.

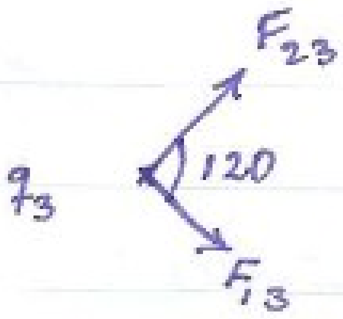
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{10} - F_{20} = 0 \Rightarrow F_{10} = F_{20}$$

بار آزمون ← باری واحد با علامت +

$$\frac{k q_1 \cdot q_0}{x^2} = \frac{k q_2 q_0}{(0.2-x)^2} \Rightarrow \frac{4}{x^2} = \frac{9}{(0.2-x)^2} \Rightarrow x = 0.08$$



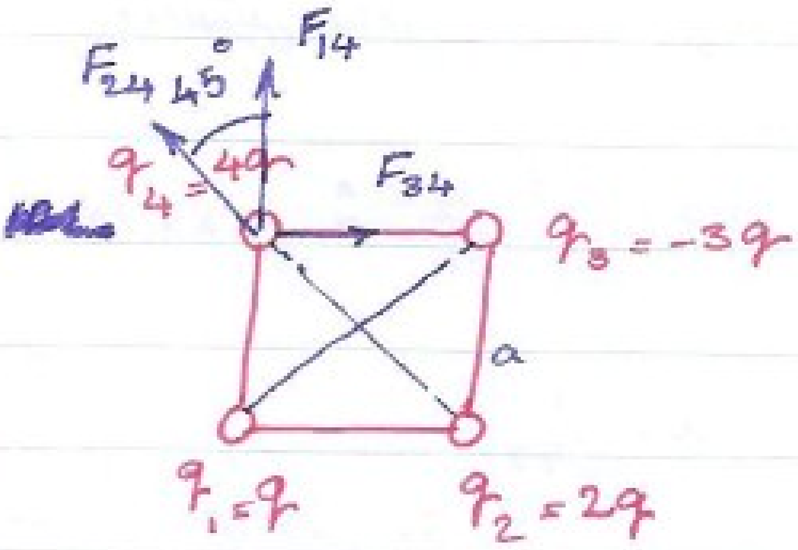
eg: با توجه به شکل نیروی وارد بر بار q_3 را بیابید.



$$|\vec{F}| = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 + 2F_{13}F_{23}\cos\theta}$$

$$F_{13} = \frac{kq_1q_3}{r^2} = \frac{2kq^2}{a^2}$$

$$F_{23} = \frac{kq_2q_3}{r^2} = \frac{2kq^2}{a^2}$$

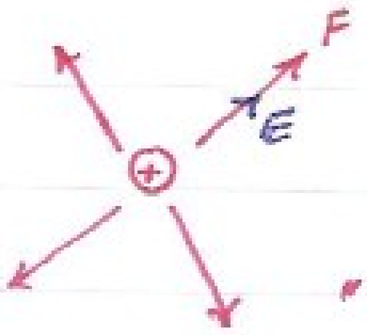


eg: با توجه به شکل نیروی وارد بر بار q_4 را بیابید.

$$F_{34} = \frac{kq_3q_4}{a^2}, \quad F_{24} = \frac{kq_2q_4}{a^2}$$

$$F_{14} = \frac{kq_1q_4}{a^2}$$

فصل میدان الکتریکی:



میدان الکتریکی اطراف بار (+)

میدان الکتریکی اطراف بار (-)

$$E = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

نیروی وارد بر واحد بار الکتریکی را میدان الکتریکی گویند.

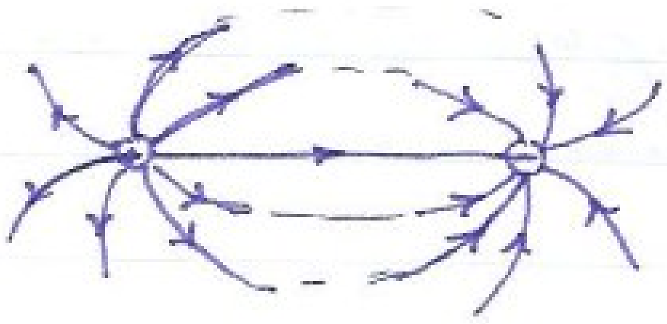
$$E = \frac{\frac{kqq_0}{r^2}\hat{r}}{q_0} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

ویژگیهای خطوط میدان:

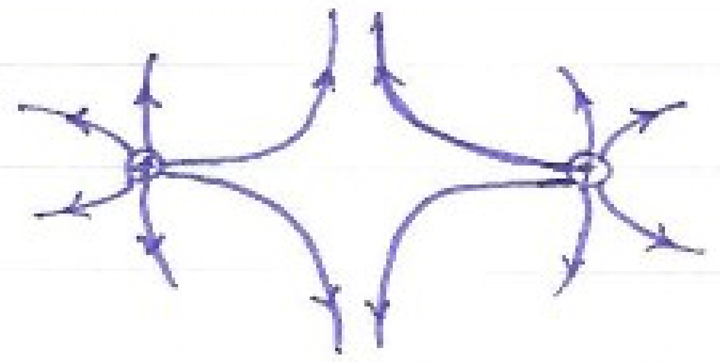
1. جهت میدان را نشان می‌دهد.

2. هرچه تراکم خطوط بیشتر شود شدت میدان بیشتر است و بالعکس.

ترکیب بارها در اجسام.

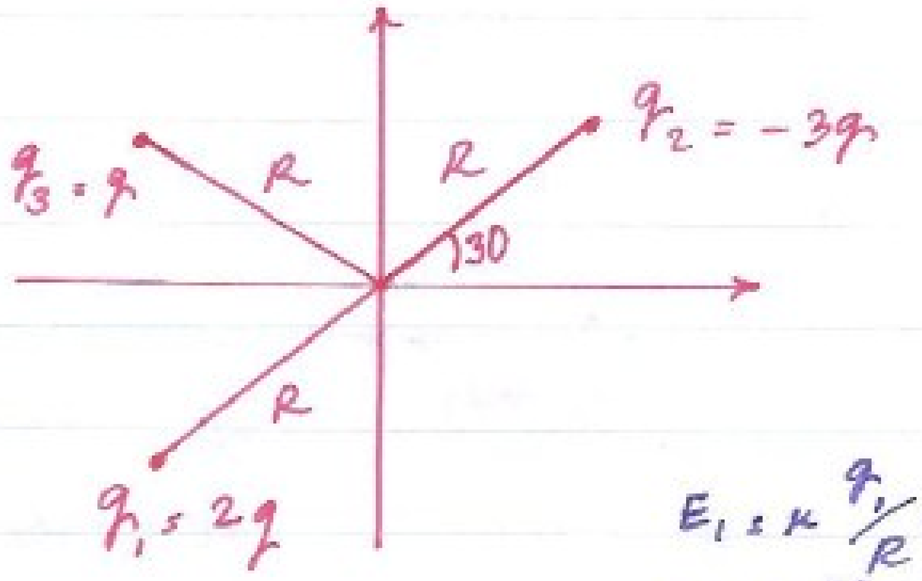


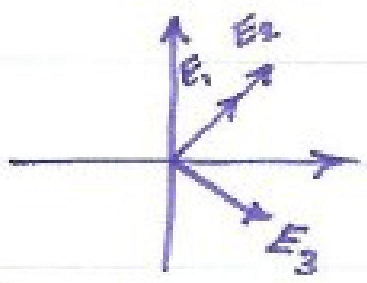
بارهای ناهمنام (دو قطبی): بارهای ناهمنام



بارها همنام

eg : میدان را در مبدأ مختصات بیابید.





$$E_1 = k\frac{q_1}{R^2} \quad , \quad E_2 = k\frac{q_2}{R^2} \quad , \quad E_3 = k\frac{q_3}{R^2}$$

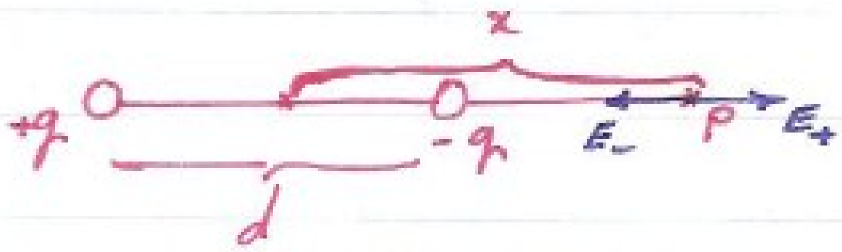
$$E = k\frac{2q}{R^2} \quad , \quad E_2 = k\frac{3q}{R^2} \quad , \quad E_3 = k\frac{q}{R^2}$$

$$|\vec{E}_T|^2 = |E'|^2 + |E_3|^2 - 2|E_3||E'|\cos 60$$

$$|E_1| + |E_2| = |E'|$$

در میدان الکتریکی و نیروی الکتریکی علامت بار قرار داده نمی‌شود. علت : E و F بردار

eg : میدان الکتریکی در نقطه P به فاصله x از محور دوقطبی بیابید.



$$E = \frac{kq}{r^2}$$

فاصله بار تا نقطه مورد نظر

$$E_+ = \frac{kq}{(x+d/2)^2} \quad , \quad E_- = \frac{kq}{(x-d/2)^2}$$

$$E_T = E_- - E_+ = kq\left(\frac{1}{(x-d/2)^2} - \frac{1}{(x+d/2)^2}\right)$$

اگر $x \gg 0$

$$= \frac{kq}{x^2}\left(\frac{1}{(1-\frac{d}{2x})^2} - \frac{1}{(1+\frac{d}{2x})^2}\right)$$

$$= \frac{kq}{x^2}\left((1-\frac{d}{2x})^{-2} - (1+\frac{d}{2x})^{-2}\right)$$

$$= \frac{kq}{x^2}\left(1 + \frac{d}{x} + \cdots - 1 + \frac{d}{x} + \cdots\right)$$

$$= \frac{2kqd}{x^3} =$$

گشتاور دوقطبی «P»

به حاصل ضرب بار الکتریکی دوقطبی در فاصله بین آنها را گشتاور دوقطبی گویند و یک بردار است. علت d : بردار

المان‌های دیفرانسیلی در دستگاه‌های مختصات:

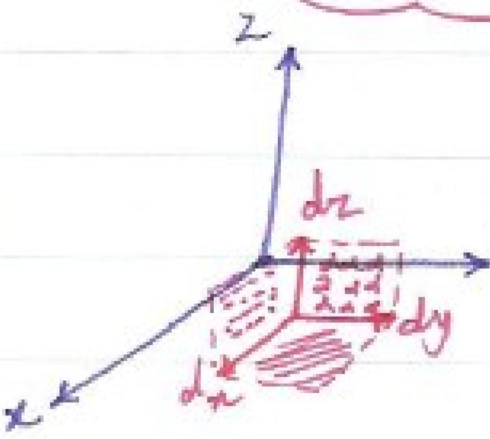
چگالی جرمی: $\rho = m/v \Rightarrow dm = \rho\, dv$

چگالی بار حجمی: $\rho = q/v \Rightarrow dq = \rho\, dv$

چگالی بار سطحی: $\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow dq = \sigma\, dA$

چگالی بار خطی: $\lambda = \frac{q}{l} \Rightarrow dq = \lambda\, dl$

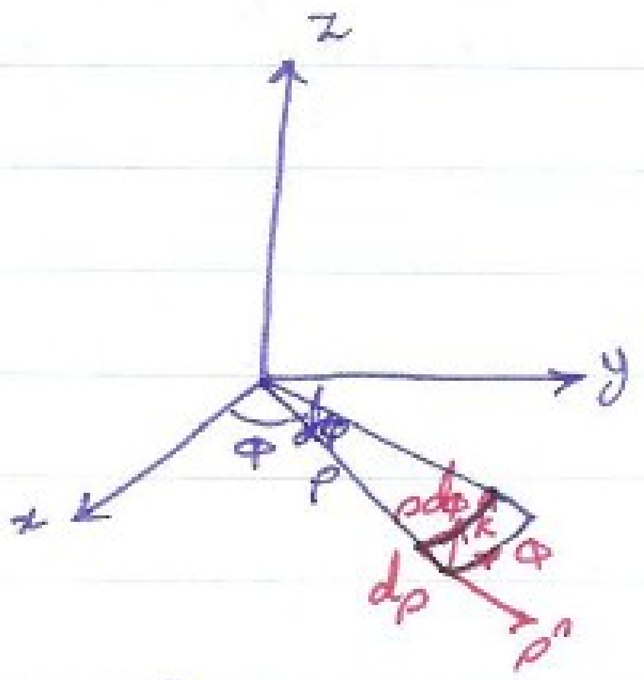
1. دستگاه دکارتی یا کارتزین $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$



المان طول: $dx\,\hat{i},\ dy\,\hat{j},\ dz\,\hat{k}$

dA : $dxdy\,\hat{k},\ dxdz\,\hat{j},\ dydz\,\hat{i}$

dv : $dxdydz$ اسکالر



2. دستگاه قطبی-استوانه‌ای $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{k})$

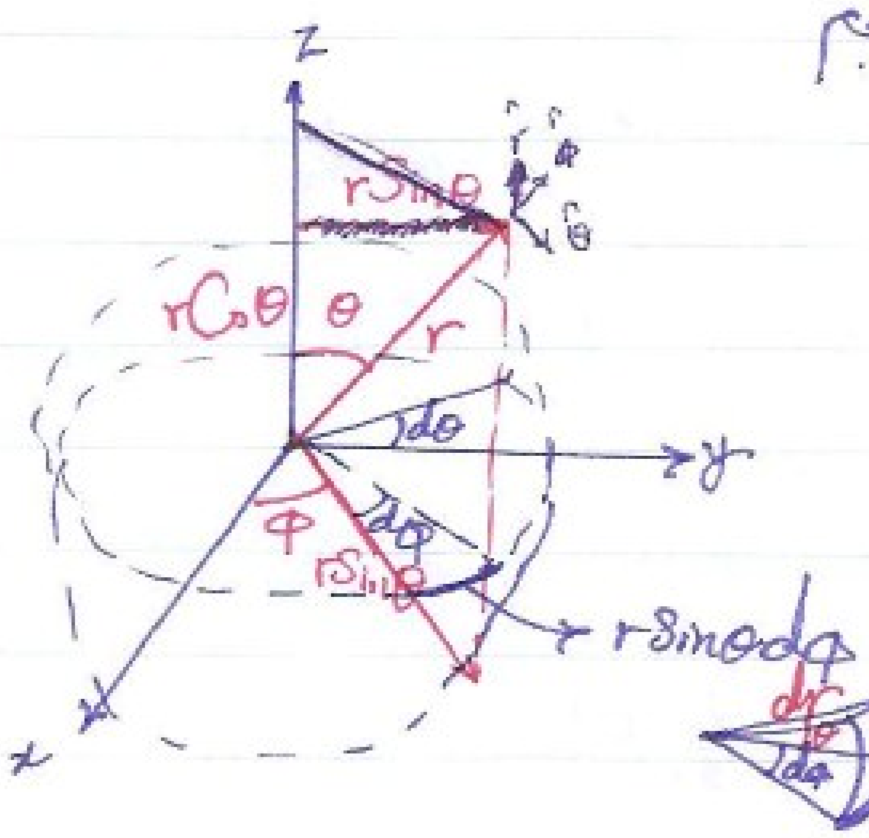
المان طول: $d\rho\,\hat{\rho},\ \rho d\phi\,\hat{\phi},\ dz\,\hat{k}$

المان سطح: $d\rho dz\,\hat{\phi},\ \rho d\rho d\phi\,\hat{k}$ *, $\rho d\phi dz\,\hat{\rho}$

$\rho^2/2 \quad 2\pi \qquad \rho\ 2\pi\ l$

المان حجم: $dv = \rho d\rho d\phi dz$ *

$\rho^2/2 \quad \phi \quad l$



3. دستگاه کروی: $(\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{\theta})$

$x = r\sin\theta\cos\phi$

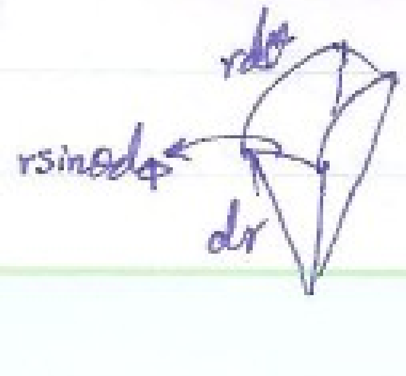
$y = r\sin\theta\sin\phi$

$z = r\cos\theta$

المان طول dl: $dr\,\hat{r},\ r\sin\theta d\phi\,\hat{\phi},\ rd\theta\,\hat{\theta}$ *

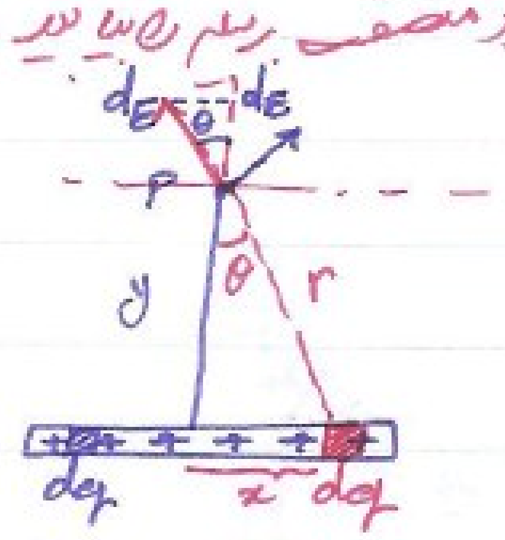
dA: $r^2\sin\theta d\theta d\phi\,\hat{r},\ r\sin\theta d\phi dr\,\hat{\theta},\ rdrd\theta\,\hat{\phi}$

dv: $r^2\sin\theta d\theta d\phi dr$ *



$\lambda = cte$

eg: میله‌ای به طول l را به طور یکنواخت باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در نقطه‌ی P به فاصله‌ی y از محور عمود منصف میله را بیابید.



$$\lambda = \frac{q}{l} \Rightarrow \lambda\, dl = dq = dx\, \lambda$$

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow d_E = \frac{k\,dq}{r^2}$$

فاصله بار تا نقطه مورد نظر

$$\sum_{d_E \to 0} d_{Ey} = E_{Ty} \qquad \sum_{d_E \to 0} d_{Ex} = E_{Tx}$$

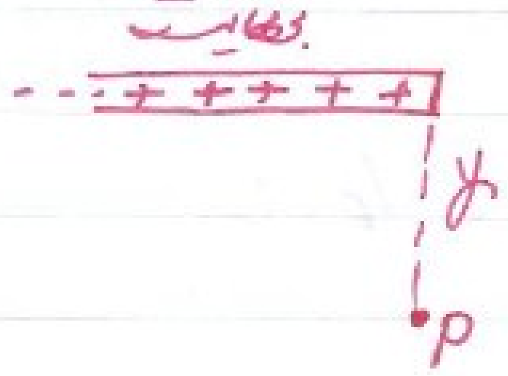
$$E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$E_{Ty} = \int d_{Ey} = \int d_E \cos\theta = \int \frac{k\,dq}{r^2}\frac{y}{r} = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{k\lambda\, dx\, y}{r^3}$$

$$= 2k\lambda y \int_0^{l/2} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}} = 2k\lambda y \int_0^{l/2} \frac{y(1+\tan^2\theta)\,d\theta}{y^3(1+\tan^2\theta)^{3/2}} = \frac{2k\lambda}{y}\int \cos\theta\, d\theta$$

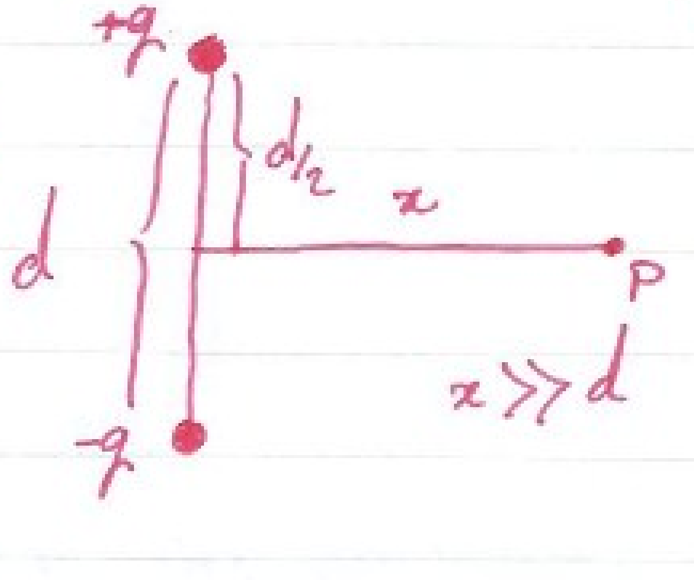
$$= \frac{2k\lambda}{y}\sin\theta \Big] = \frac{2k\lambda}{y}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\Bigg|_0^{l/2} = \frac{2k\lambda}{y}\frac{l/2}{\sqrt{l^2/4+y^2}}$$

eg:

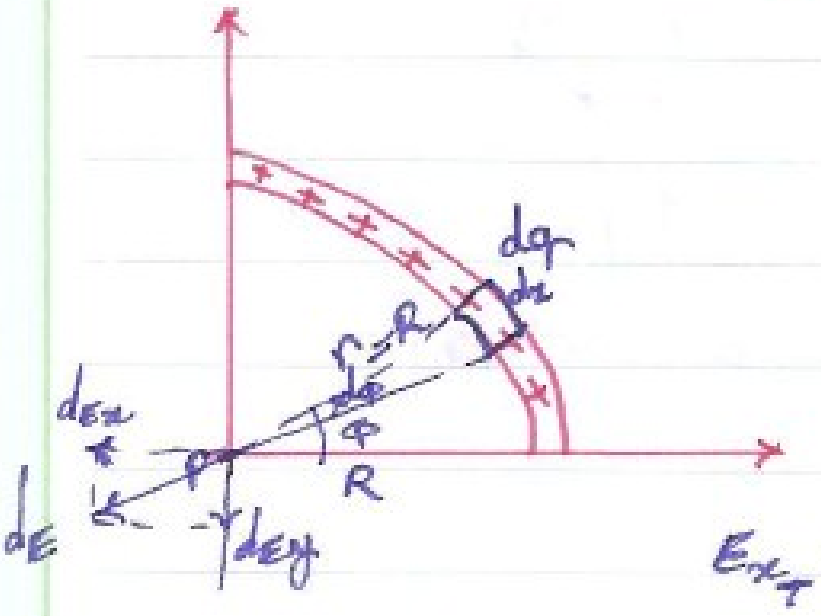


میدان الکتریکی در نقطه P را بیابید.

eg:



eg : میدان الکتریکی را در نقطه‌ی P بیابید . فرض کنید میله‌ای را به شکل یک ربع دایره $\frac{1}{4}$ درآورده‌ایم به چگالی خطی λ به طور یکنواخت باردار کرده‌ایم و شعاع این ربع دایره R بزرگی باشد.



$$dq = \lambda\,dx = \lambda R\,d\varphi$$

$$d_E = k\frac{q}{r^2} \qquad d_{E_x} = d_E\cos\varphi \;,\; d_{E_y} = d_E\sin\varphi$$

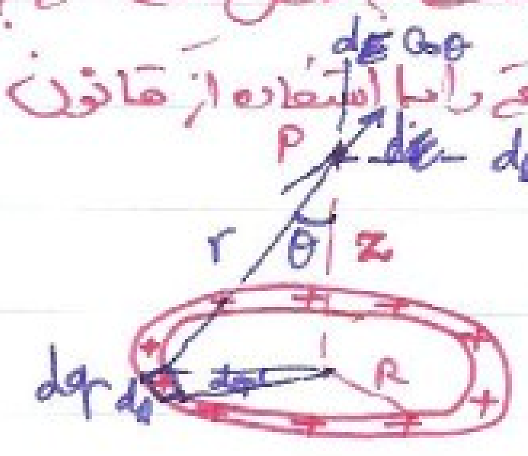
$$E_{x_T} = \sum d_{E_x} = \int d_E\cos\varphi = \frac{k}{R^2}\lambda\int_0^{\pi/2}\cos\varphi\,d\varphi = \frac{k\lambda}{R}\sin\varphi\Big|_0^{\pi/2}$$

$$E_{y_T} = \sum d_{E_y} = \int d_E\sin\varphi = \frac{k\lambda}{R}\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\,d\varphi = -\frac{k\lambda}{R}\cos\Big|_0^{\pi/2}$$

$$\Rightarrow E_x = k\lambda/R \;,\; E_y = k\lambda/R$$

$$\Rightarrow E_T = \sqrt{2}\,k\lambda/R \quad (N/C)$$

eg: با توجه به شکل میدان الکتریکی در نقطه‌ی P بیابید. فرض کنید یک میله‌ی باردار را به طور یکنواخت به شکل یک حلقه به شعاع R درآورده‌ایم. میدان الکتریکی در نقطه P به فاصله‌ی Z از محور عمودی بر مرکز حلقه را با استفاده از قانون کولن بیابید.



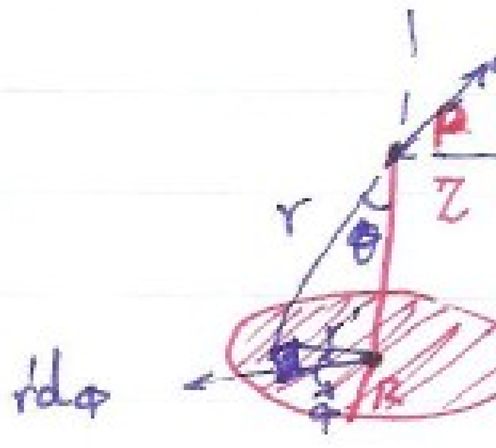
$$dq = \lambda\,dl = \lambda R\,d\varphi$$

$$\cancel{d_{E_y} = \frac{k\,dq}{r^2} \Rightarrow d_E\sin\theta\cos\varphi} = \frac{k\lambda R\,d\varphi}{R^2+Z^2}$$

$$E_x = \int d_E\sin\theta\cos\varphi \;,\; E_y = \int d_E\sin\theta\sin\varphi \;,\; E_Z = \int d_E\cos\theta$$

$$E_Z = \int_0^{2\pi}\frac{k\lambda RZ\,d\varphi}{(R^2+Z^2)^{3/2}} = \frac{k\lambda RZ}{(R^2+Z^2)^{3/2}}\times 2\pi = E_T$$

eg : قرصی پلاستیکی به شعاع R را به طور یکنواخت با چگالی سطحی یکنواخت باردار کرده‌ایم. در نقطه‌ی P واقع بر محور عمودی بر مرکز قرص به فاصله Z از مرکز قرص بیابید.



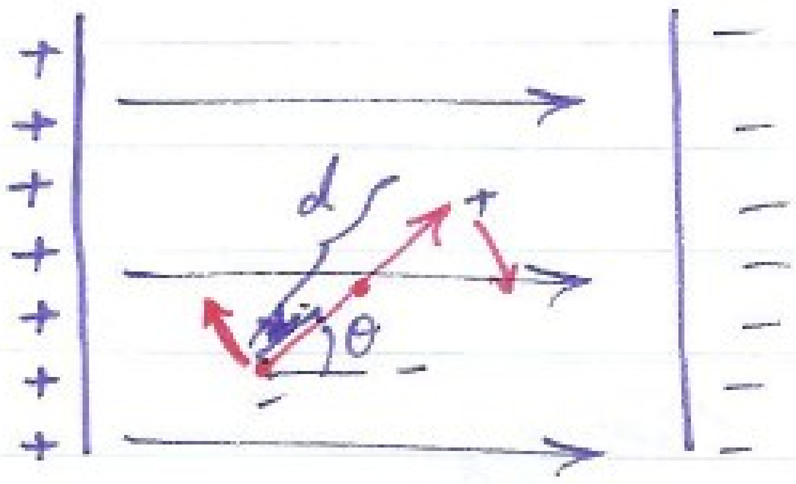
$$dq = \sigma\,dA = \sigma r'dr'd\varphi$$

$$E_x = \int d_E\sin\theta\cos\varphi \;,\; E_y = \int d_E\sin\theta\sin\varphi \;,\; E_Z = \int d_E\cos\theta$$

$$E_Z = \int\frac{k\,dq}{r^2} = \int\frac{Zk\sigma r'dr'd\varphi}{\sqrt{(r'^2+Z^2)^3}} = k\sigma Z\int\frac{r'dr'}{(r'^2+Z^2)^{3/2}}\int d\varphi$$

$$= k\sigma \frac{-z}{2} z \frac{1}{\sqrt{r'^2+z^2}}\Big|_0^R \;\phi\Big|_0^{2\pi} = -\left(\frac{2\pi k\sigma z}{\sqrt{R^2+z^2}} - \frac{2\pi k\sigma z}{z}\right) = 2\pi k\sigma\left(1-\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right)$$

گشتاور خارجی بروی دوقطبی الکتریکی:



$$\Sigma \tau = \tau_+ + \tau_-$$

$$\tau_{کل} = r_+ \wedge F + r_- \wedge F$$

$$F = Eq$$

$$r_+ = d - x \quad , \quad r_- = x \qquad \underset{\uparrow}{Eq_+} \qquad \underset{\uparrow}{Eq_-}$$

$$\tau_{کل} = r_+\wedge F + r_-\wedge F = F_+(d-x)\sin\theta + F_- x\sin\theta = F_+ d\sin\theta - F_+ x\sin\theta + F_- x\sin\theta$$

$$\tau_{کل} = F\cdot d\sin\theta \quad , \quad \vec{\tau}_{کل} = \vec{F}\wedge\vec{d} \Rightarrow \boxed{\vec{\tau}_{کل} = q\vec{E}\wedge\vec{d}} = \vec{P}\times\vec{E}$$

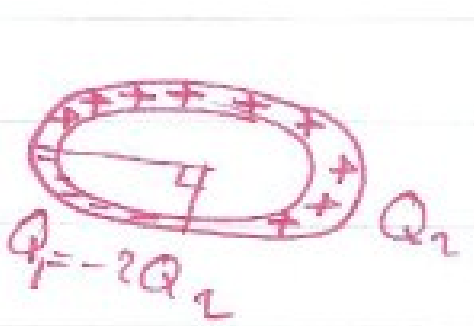
$$u = \int du = \int F\cdot dr \Rightarrow \int du = \int \tau\, d\theta \Rightarrow u = \int_0^\theta qEd\sin\theta\, d\theta = -qEd\cos\theta$$

$$\boxed{U = -q\vec{E}\cdot\vec{d}} \Rightarrow \boxed{U = -\vec{E}\cdot\vec{P}}$$

eg: قرص دایره‌ای شکل زیر را باردار کرده‌ایم $\frac{1}{4}$ آن را به طور یکنواخت بار مثبت و $\frac{3}{4}$ بار q_2 ، $-q_1=q_2$ قرار داده‌ایم.

میدان الکتریکی در نقطه P واقع بر محور عمودی بر مرکز قرص بیابید.

eg: میله‌ای با بار ... دایره‌ای زیر را باردار کرده‌ایم بار Q_2 را روی $\frac{3}{4}$ آن و بار $Q_1=-2Q_2$ روی $\frac{1}{4}$ آن قرار گرفته است. میدان الکتریکی در مرکز قرص را بیابید.



فصل دوم میدان الکتریکی: 9, 11, 15, 18, 19, 21, 23, 25, 28, 32, 33, 37, 59, 68

q α ? d_A E

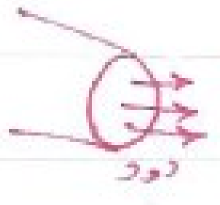
فصل سوم: (میدان ناحیه) **قانون گوس:** میدان الکتریکی روی سطح بسته گوسی متناسب است با بار درون سطح گوسی.

شار الکتریکی

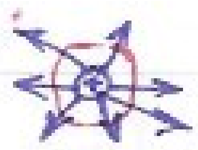
?

$$\boxed{\oint \vec{E}\cdot\vec{d_A} = \frac{q}{\varepsilon}} \Leftarrow$$

سطح بسته گوسی: هر حجمی که بتوانیم محیط پیرامونش را به 3 ناحیه درون، بیرون و روی سطح تقسیم کند گویند. مانند: استوانه - کره - مکعب. سطح بسته = حجم.

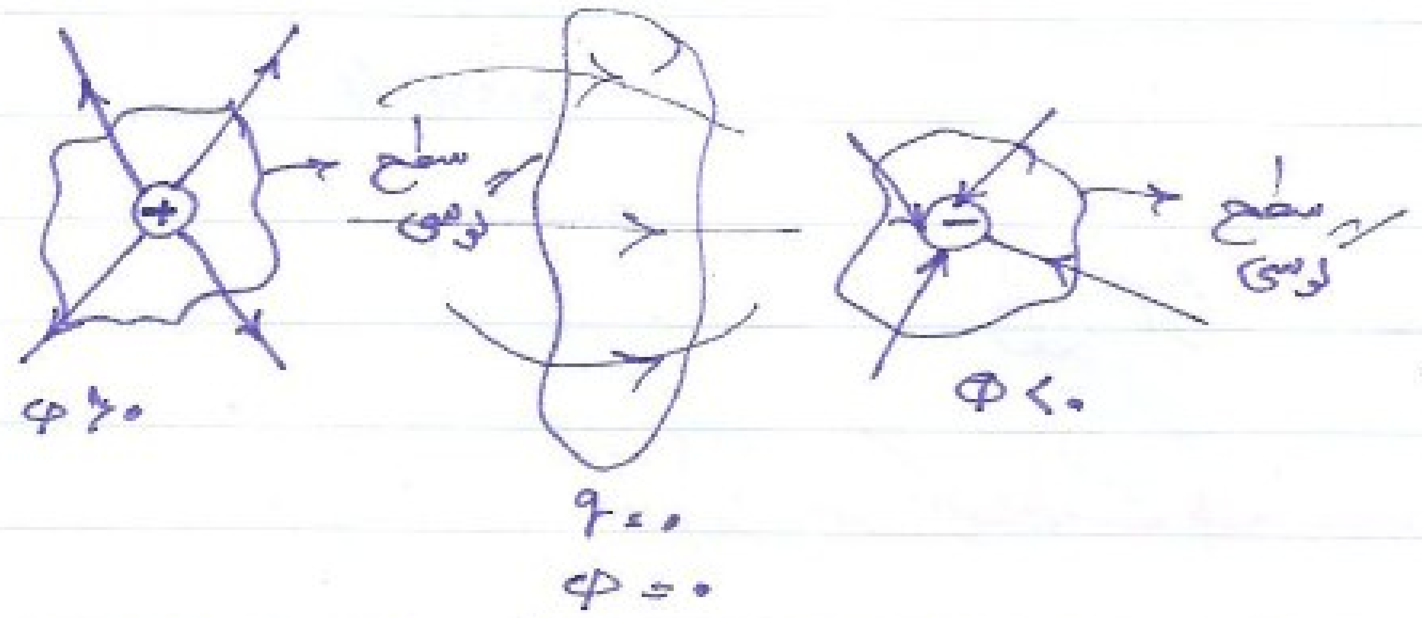


شار طلاسیب $=$ چیزهای عبوری از سطح / مقطع A $=$ تعداد خطوط میدان الکتریکی / A



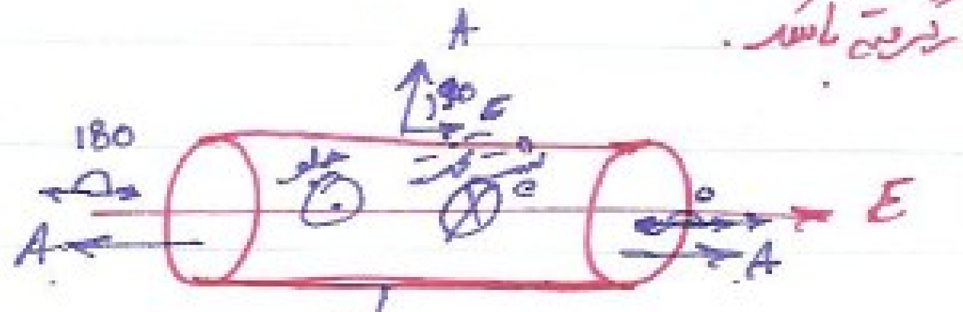
$$\text{شار الکتریکی} = \underset{\text{سرعت شارش}}{V}\cdot A = E\cdot A$$

$$\Rightarrow \quad \text{شار} = \sum \vec{E}\cdot\vec{d_A} \Longrightarrow \Phi = \oint \vec{E}\cdot\vec{d_A}$$



$$\oint \vec{E}\,\vec{d_A} = \oint \frac{kq}{r^2}\vec{d_A} = \oint \frac{q}{\underset{A}{4\pi\varepsilon r^2}}\vec{d_A} = \oint \frac{q}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon}$$

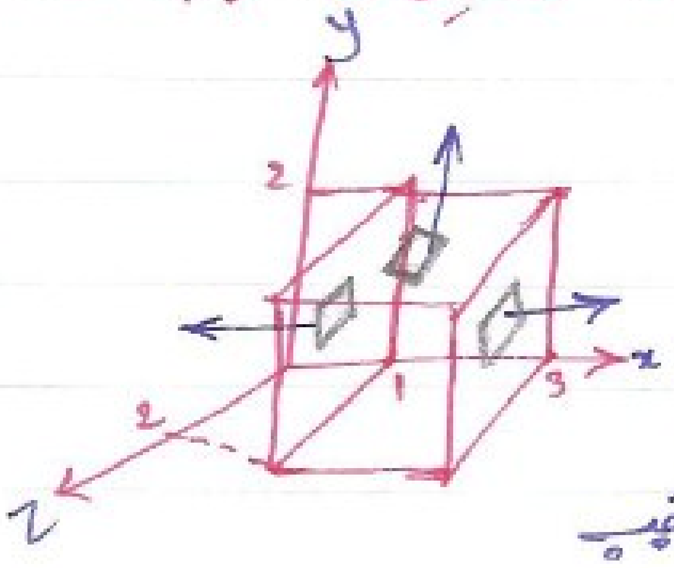
eg: شار میدان الکتریکی گذرنده از سطح استوانه‌ای به شعاع R چقدر است. اگر جهت میدان الکتریکی در راستای محور استوانه باشد و میدان الکتریکی در سمت محور به صورت قرار گرفته باشد.



$$\Phi = \oint E\cdot d_A = \int_{\text{قاعده چپ}} E\,d_A \cos\theta + \int_{\text{قاعده راست}} E\,d_A \cos\theta + \int_{\text{جانبی}} E\,d_A \cos\theta$$

$$\Phi = \int -E\,d_A + \int E\,d_A + 0 = 0$$

eg: اگر میدان غیر یکنواختی به فرم $E=3x\hat{i}+4\hat{j}$ بروی مکعبی به شکل زیر اثر کند شار الکتریکی که از وجه سمت راست، چپ و بالای آن می‌گذرد چقدر است؟



$$\Phi = \oint E\cdot d_A$$

$$\int_{چپ} E\cdot d_A = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})\cdot(-d_A\,\hat{i}) = \int_0^2\int_0^2 -3x\,dz\,dy = -3xyz = \cancel{36}\ -12$$

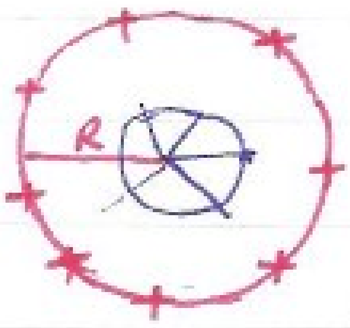
$$\int_{راست} E\,d_A = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})\,d_A\,\hat{i} = \int_0^2\int_0^2 3x\,dy\,dz = 36$$

$$\int_{بالا} E\,d_A = \int (3x\hat{i}+4\hat{j})\,d_A\,\hat{j} = \int_0^2\int_1^3 4\,d_A = \int_0^2\int_1^3 4\,dx\,dz = 16$$

کاربرد قانون گوس در سطوح بسته کروی:

eg: پوسته‌ای نارسانا به شعاع R را با چگالی بار حجمی ثابت ρ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در داخل و خارج این پوسته را بدست آورید.

$$\oint E\cdot d_A = q/\varepsilon$$



$$(E_r\hat{r} + E_\phi\hat{\phi} + E_\theta\hat{\theta})\cdot d_A\,\hat{r} = E_r\,d_A$$

$$\Rightarrow \int E_r\,d_A = \int E_r\,r^2\sin\theta\,d\theta\,d_\phi = q/\varepsilon$$

2 $\quad 2\pi$

$r<R$ درون

$$E_r(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon} = 0 \Rightarrow E_r = 0$$

بار درون سطح گوسی ← 0

دست راست روی سطح گوسی قرار می‌دهیم که بارها موجود را بیابیم.

$r>R$ بیرون

بیرون. $$(4\pi r^2)E_r = \frac{q_{پوسته}}{\varepsilon} \Rightarrow E_r = \frac{q_{پوسته}}{4\pi r^2\varepsilon}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$$

همارزی قانون کولن و گوس:

$$\oint E_r\cdot d_A = q/\varepsilon \Rightarrow (4\pi r^2)E_r = \frac{q_{نقطه‌ای}}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{q}{\varepsilon 4\pi r^2} = \frac{kq}{r^2}$$

راستای میدان

eg: فرض کنید کره ای توپر و نارسانا را با چگالی بار حجمی ثابت باردار کرده ایم میدان الکتریکی در نواحی $R<r$ و $R>r$ و بیابید.

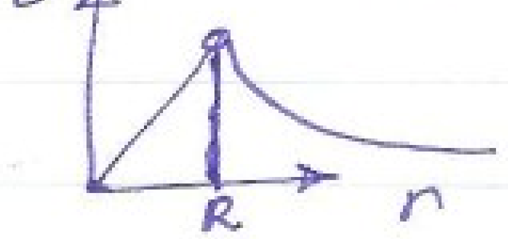
(بطور یکنواخت باردار کرده ایم) = $\rho = cte$

$r<R$

$$\oint E_r \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \xrightarrow{\text{بار درون سطح گوسی}} \quad \Rightarrow \quad E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon}$$

$$\rho = \frac{q_T}{V_T} = \frac{q_{\text{جزئی}}}{V_{\text{جزئی}}} \Rightarrow \frac{q_T}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow q' = \left(\frac{r}{R}\right)^3 q_T$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{\left(\frac{r}{R}\right)^3 q_T}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q_{\text{کل}}\, r}{4\pi R^2 \varepsilon}$$



$R<r$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_T}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\varepsilon r^2}$$

eg: فرض کنید کره ای توپر را به شعاع R را بطور غیر یکنواخت با چگالی $\rho = \frac{A}{r}$ که $A = cte$ باردار کرده ایم میدان الکتریکی در نواحی داخل و بیرون را بیابید.

$$q_T \neq \rho v$$

$$\frac{dq}{dv} = \rho \qquad \sum dq = \sum \rho\, dv$$

$$\int dq = \int \rho\, dv \quad , \rho = cte$$

$$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \xrightarrow{} \text{بار درون}$$

$$q_T = \int_{\text{حجم کل}} \rho\, dv \quad \Rightarrow q' = \int_{\text{حجم جزئی}} \rho\, dv$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon} \quad \Rightarrow q' = \int \rho\, dv = \int \frac{A}{r} r^2 \underbrace{\sin\theta\, d\theta}_{2} \underbrace{d\varphi}_{2\pi} dr = \int_0^r 4\pi A r\, dr = 4\pi A \frac{r^2}{2} = 2\pi A r^2$$

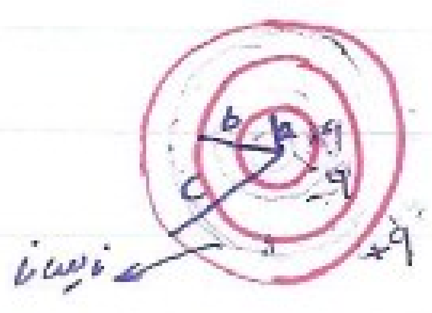
$$\Rightarrow q' = 2\pi A r^2$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{2\pi A r^2}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{A}{2\varepsilon}$$

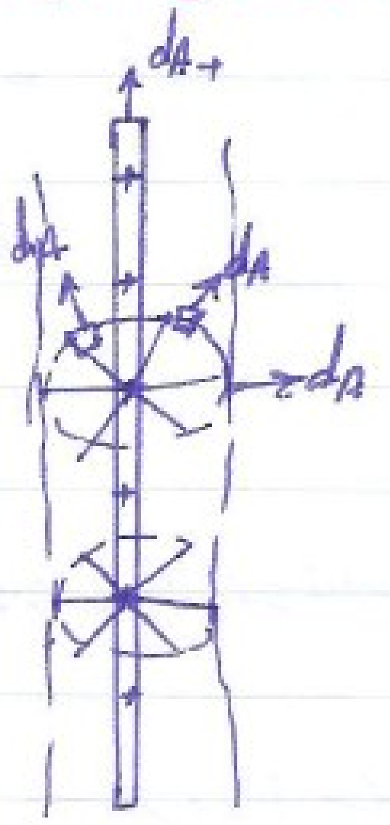
$$E(4\pi r^2) = \frac{q_T}{\varepsilon} \qquad q_T = \int \rho\, dv = \int_0^{R} \frac{A}{r} r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, dr = 4\pi A \frac{R^2}{2}$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{4A\pi R^2}{2\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{AR^2}{2r^2\varepsilon} = \frac{A}{2\varepsilon}\left(\frac{R}{r}\right)^2$$

eg : پوسته ای نارسانا فرض کنید کروی به شکل پوسته ای نارسانا به شعاع خارجی c و شعاع داخلی b با چگالی غیر یکنواخت $\rho = Ar^2$ کره ای رسانا به شعاع a را احاطه کرده است. میدان الکتریکی در نواحی $r<a$ ، $a<r<b$ ، $b<r<c$ ، $r>c$. فرض کنید بار روی کره ی رسانا Q باشد.



eg : میله ای با بار با چگالی بار خطی λ به طول ∞ در نظر بگیرید میدان الکتریکی در فاصله ی r از محور میله را بدست آورید.



$$\oint E\, dA = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\int E_r \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E\int dA = E\int r\, d\varphi\, dz = 2\pi r l E = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q_T}{2\pi r l \varepsilon} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$$

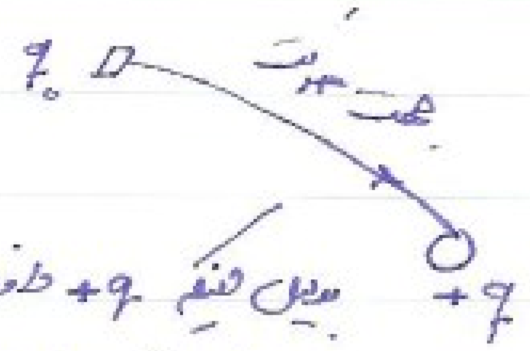
خلاصه : $E =$
- در یک نقطه / بردار تجزیه: $E = \int \frac{k\,dq}{r^2}$
- در یک ناحیه: $\oint E\, dA = \frac{q}{\varepsilon}$
  - استوانه $E(2\pi r l)$
  - کره $E(4\pi r^2)$

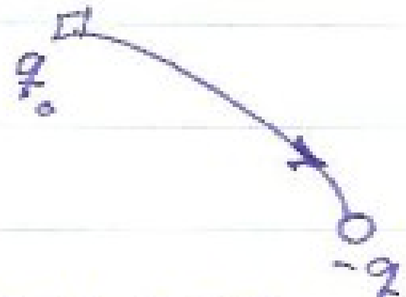
جاذبه سطح الکتریکی :

[illegible] E_n [illegible] باشد.

سطح گوسی q :
- $= cte \Rightarrow \frac{q_T}{v_T} = \frac{q'}{v'}$
- $\neq cte \quad q' = \int \rho\, dv$
  - کره $4\pi r^2 dr$
  - استوانه $2\pi r l\, dr$

پتانسیل الکتریکی:





بدلیل اینکه $+q$ دافعه دارد
به q_0 انرژی داده می‌شود.
$U>0$

افزایش پتانسیل + بار $(+q_0)$

به سمت $-q$ جاذبه دارد
q_0 انرژی از دست می‌دهد
$U<0$
(کاهش پتانسیل - بار $(-q_0)$

پتانسیل الکتریکی: میزان انرژی پتانسیل الکتریکی واحد بار آزمون است. $V=\frac{|U|}{q_0}=\frac{|W|}{q_0}$

میزان کاری که انجام می‌شود تا بار q_0 به سمت q جابجا شود.

$$\Rightarrow \left|\frac{W}{q_0}\right| = \frac{\vec{F}\cdot\Delta\vec{x}}{q_0} \Rightarrow W=\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int \frac{kqq_0}{r^2}\hat{r}\,dr\,\hat{r} = \frac{-kqq_0}{r}$$

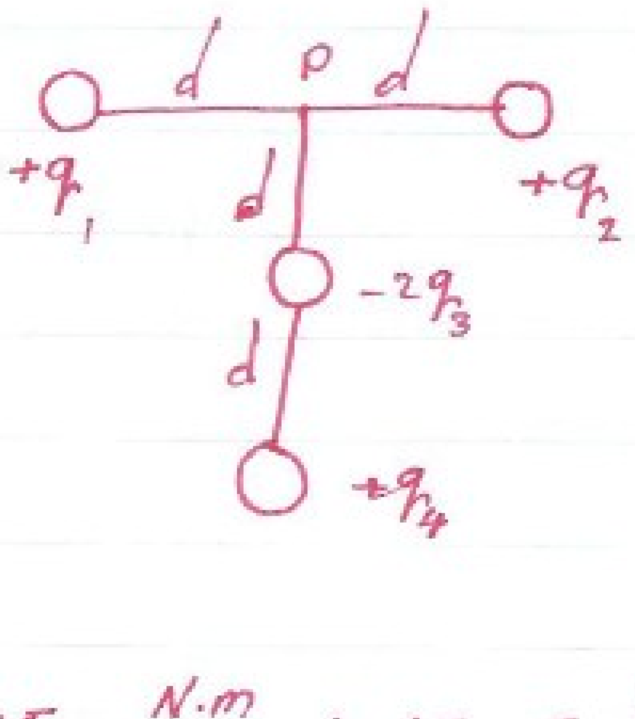
$$\Rightarrow W=\frac{-kqq_0}{r} \Rightarrow W=-U \Rightarrow U=\frac{kqq_0}{r}$$

$$\Rightarrow V=\frac{U}{q_0}=\frac{kq}{r}$$

* علامت بار در فرمول قرار داده می‌شود.

* از آنجا که U اسکالر و q نیز اسکالر است پس V نیز کمیتی اسکالر خواهد بود. پس برای اینکه جهت برایش تعیین کنیم. ولی در میدان E علامت بار را قرار نمی‌دهیم چون E کمیتی برداری است. *

پتانسیل الکتریکی برای بارهای نقطه‌ای:



eg: با توجه به شکل پتانسیل الکتریکی در نقطه P را بیابید.

$V_1=\frac{kq_1}{r}=\frac{kq}{d}$ $\qquad V_3=\frac{-2kq}{d}$

$V_2=\frac{kq}{d}$ $\qquad V_4=\frac{kq}{2d}$

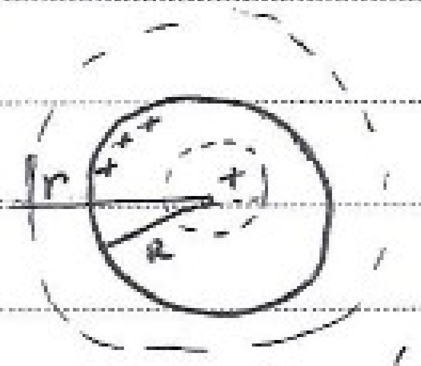
$$\Rightarrow V_T=\sum V_i \Rightarrow V_T=\frac{kq}{2d} \quad J/C=V$$

$J/C=V=\frac{N.m}{C} \Rightarrow V=E.d$

$J = U=q.V \Rightarrow J=1eV \Rightarrow 1eV=1.6\times10^{-19}\times1V \Rightarrow J=1.$

$U \downarrow J$ $\quad q \downarrow C \downarrow 1e$ $\quad V \downarrow V$

Ex: فرض کنید کره‌ای به شعاع R به طور غیر یکنواخت با چگالی $\rho = Ar^2$ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در درون و بیرون این کره را بیابید.



$r<R \qquad \rho = \frac{dq}{dv} \Rightarrow dq = \rho dv \Rightarrow q = \int \rho dv$

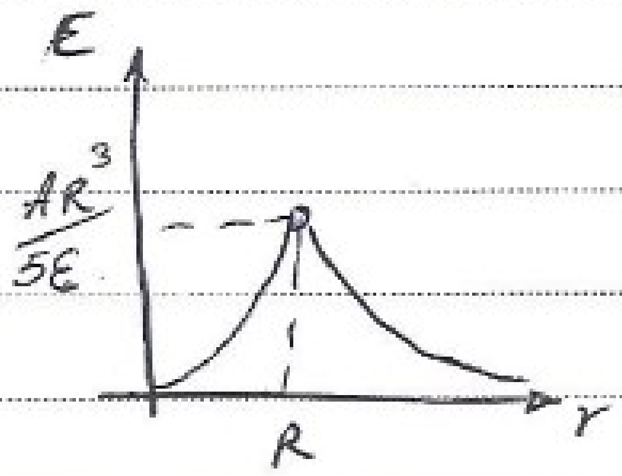
$\Rightarrow q' = \int \rho dv_{\text{حجم گوسی}} \qquad q_T = \int \rho dv_{\text{حجم کل}}$

$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\varepsilon} = \frac{\frac{4}{5}\pi A r^5}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{Ar^3}{5\varepsilon}$

در برابر $\Longrightarrow \quad q' = \int \rho dv = \int A r^2 r^2 \underbrace{\sin\theta \, d\theta}_{2} \underbrace{d\varphi}_{2\pi} dr = A\int_0^r 4\pi r^4 dr = 4A\pi r^5/5$

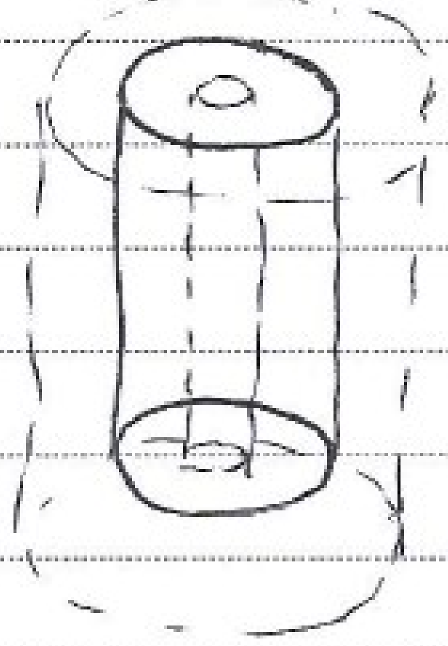
$\oint E \cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \qquad q_T = \int \rho dv = \int_0^R A r^2 r^2 \sin\theta d\theta d\varphi dr = A4\pi R^5/5$

$E(4\pi r^2) = \frac{q_T}{\varepsilon} = \frac{A4\pi R^5}{5\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{AR^5}{5r^2\varepsilon}$



Ex: استوانه‌ای توپر به شعاع R را به طور یکنواخت باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در درون و بیرون این کره را بیابید.

$\rho = cte \Rightarrow \frac{q_T}{V_T} = \frac{q'}{V'} \qquad \rho \neq cte \Rightarrow q_T = \int \rho dv_{\text{کل}} \quad q' = \int \rho dv_{\text{حجم گوسی}}$



$r<R$

$cte = \rho = \frac{q_T}{V_T} = \frac{q'}{V'} \Rightarrow \frac{q_T}{R^2} = \frac{q'}{r^2} \Rightarrow q' = (\frac{r}{R})^2 q_T$

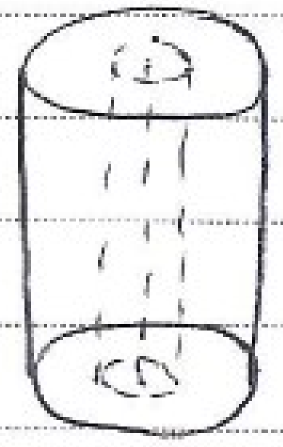
$\Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{r q_T}{2\pi R^2 \varepsilon l}$

$r>R \qquad E = \frac{q_T}{2\pi\varepsilon r l}$

www.wikipower.ir

Subject:
Year. Month. Date. ( )

EX: فرض کنید استوانه‌ای نوین و شعاع R بطور غیر یکنواخت حجمی $\rho = \frac{A}{r}$ باردار کرده‌ایم. میدان الکتریکی در نواحی بیرون و درون را بیابید.



$r<R$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q'}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{q'}{\varepsilon} \qquad \Rightarrow E = \frac{A}{\varepsilon}$$

$$q' = \int \rho\, dv = \int_0^r \frac{A}{r}\, 2\pi r l\, dr = 2\pi A l r$$

$v = \pi r^2 h$

$dv = 2\pi r h\, dr$

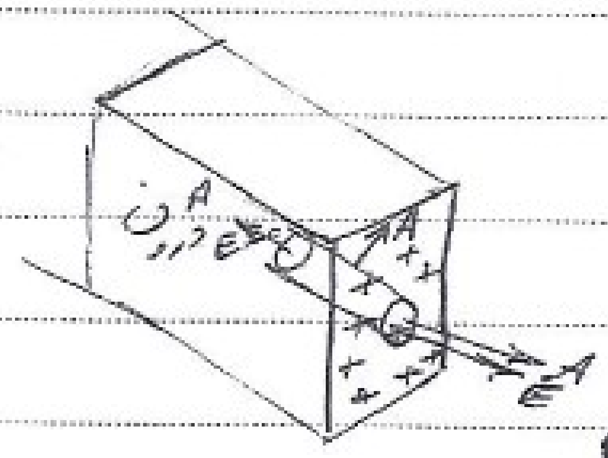
$$r>R \quad q_T = \int \rho\, dv = \int_0^R \frac{A}{r}\, 2\pi r l\, dr = 2\pi A l R \quad \rightarrow E = \frac{AR}{\varepsilon r}$$

میدان الکتریکی در رساناها:

رساناهای منزوی:

بار در سطح خارجی پراکنده می‌شود چون وجود الکترون آزاد (در شبکه هستی نیست) بین هیچ عامل تولید کننده
الکترون شارژی

میدان الکتریکی درون نداریم $\Longleftarrow E = 0$



$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\underbrace{\int E\, dA \cos\theta}_{0} + \underbrace{\int E\, dA \cos\theta}_{E_A} + \underbrace{\int E\, dA \cos 90}_{0} = \frac{q}{\varepsilon}$$

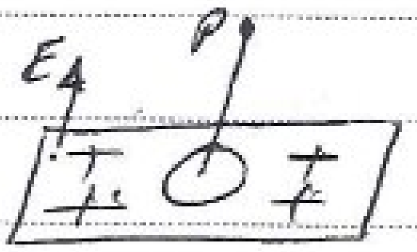
جانبی

$$\Rightarrow E = \frac{q}{A\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\sigma A}{A\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

در نارساناها $\Rightarrow 2EA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\sigma A}{2\varepsilon A} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

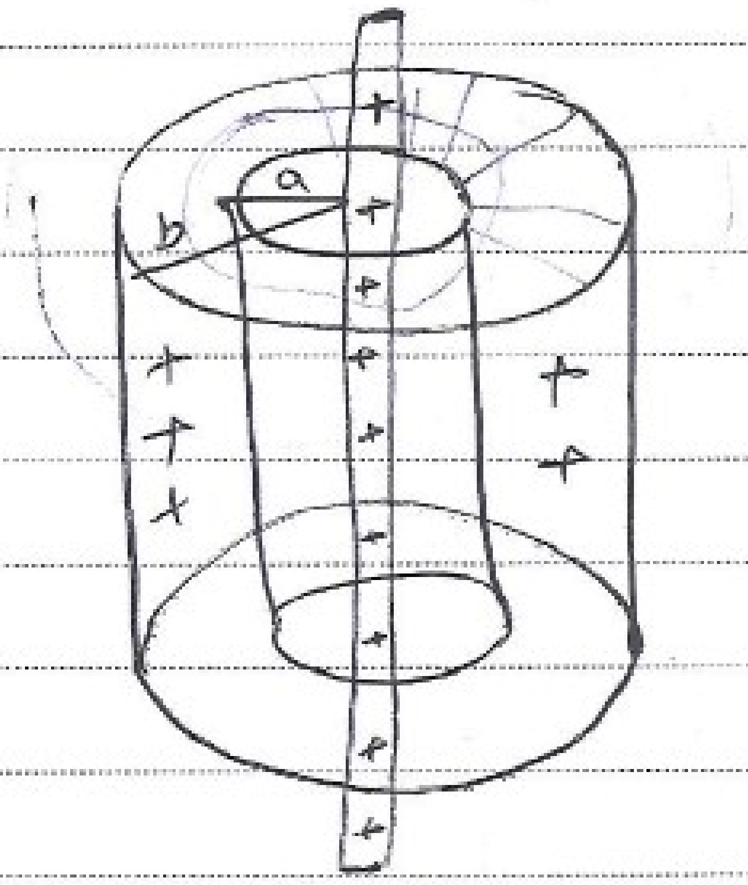
36: E صفر $-$ E فرض $=$ E حاصل

هادی



PaPCO

EX: فرض کنید استوانه‌ای به شعاع خارجی b و داخلی a را باردار کرده (الکتروستاتیک) و میله‌ای باردار با چگالی بار خطی λ روی محور میله قرار داده‌ایم میدان را در $r<a$ ، $a<r<b$ ، $r>b$



14 – 15 – 16 – 22 – 27 – 31 – 32 – 36 – 38 – 43 – 49 – 50 – 51 – 55 –
69 – 74 – 77 – 81

eg: در یک درخشش اختلاف پتانسیل بین ابر و زمین $10^9 V$ است و مقدار بار منتقل شده در حدود 30 کولن می‌باشد. مقدار کاهش انرژی مربوط به این بار منتقل شده چند الکترون ولت است. اگر تمام این انرژی صرف شتاب دادن به اتومبیل ساکنی به جرم 1000kg شود سرعت نهایی اتومبیل را بیابید.

$$U = q.V \Rightarrow U = 30\times10^{9} = 3\times10^{10}\ J$$

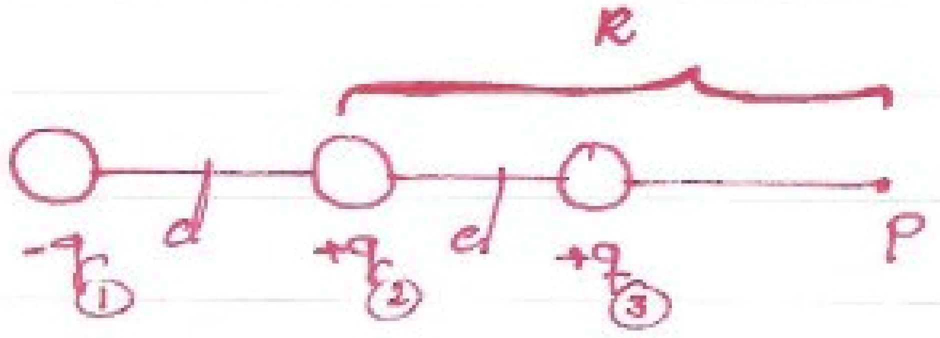
$$1eV \quad 1.6\times10^{-19}\ J$$

$$x \quad 3\times10^{10}\ J \Rightarrow x = 2\times10^{30}\ eV$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = K = U \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \cancel{\frac{1}{2}mv_0^2} = K \Rightarrow \frac{1}{2}\times1000\times v^2 = 3\times10^{10}$$

$$\Rightarrow v^2 = 6\times10^{7}$$

eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای P به فاصله R از انتهای دوقطبی بدست آورده‌ایم، فرض کنید یک بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر در انتهای دوقطبی به فاصله d قرار گرفته باشد در نقطه مسأله را برای R>>d بدست آوریم.



$$V_1 = \frac{-kq}{R+d}$$

$$V_2 = \frac{kq}{r}$$

$$V_3 = \frac{kq}{R-d}$$

$$V_T = \sum V_i = \frac{kq}{R-d} + \frac{kq}{R} - \frac{kq}{R+d} = \frac{kq}{R}\left(\frac{1}{1-\frac{d}{R}} + 1 - \frac{1}{1+\frac{d}{R}}\right)$$

$$= \frac{kq}{R}\left(\left(1-\frac{d}{R}\right)^{-1} + 1 - \left(1+\frac{d}{R}\right)^{-1}\right) = \frac{kq}{R}\left(1+\frac{d}{R} + 1 - \left(1-\frac{d}{R}\right)\right)$$

$$= \frac{kq}{R}\left(1+\frac{2d}{R}\right) = \frac{2kqd}{R^2} + \frac{kq}{R} = \underbrace{\frac{2pk}{R^2}}_{\text{مشابه دوقطبی}} + \underbrace{\frac{kq}{R}}_{\text{بار نقطه‌ای}}$$

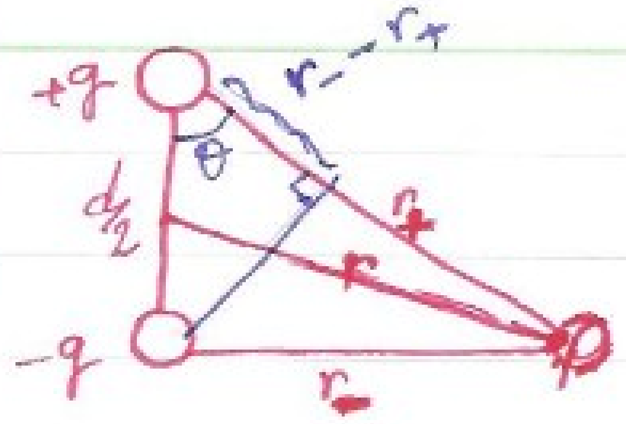
پتانسیل دوقطبی

$$\Rightarrow V_{\text{دوقطبی}} = \frac{2kp\,r}{r^2\,r} = \frac{2kp\vec{r}}{r^3} = \frac{2kp\cdot\vec{r}}{r^3}$$

بردار

فاصله

میدان E دوقطبی



۹۹: پتانسیل الکتریکی ناشی از دوقطبی الکتریکی در نقطه‌ی P به فاصله r از مرکز دوقطبی بدست آورید. فرض کنید فاصله‌ی میان دو بار الکتریکی d بوده و مسأله را برای $r \gg d$ حل کنید.
(نقطه‌ی P دلخواه)

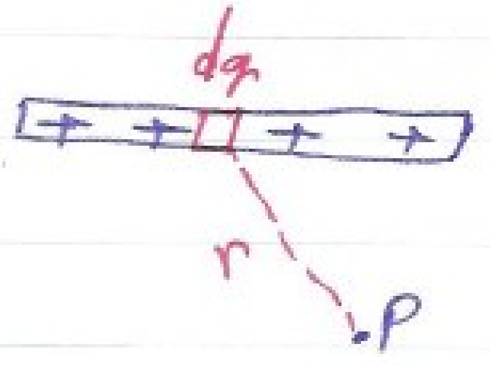
$$V_+ = \frac{kq_+}{r_+} \quad , \quad V_- = \frac{kq_-}{r_-}$$

$$V_T = \frac{kq_+}{r_+} + \frac{kq_-}{r_-} = \frac{kq}{r_+} - \frac{kq}{r_-} = kq\left(\frac{r_- - r_+}{r_- r_+}\right)$$

$$\to r \gg d \to r_+ r_- \simeq r^2 \quad , \quad r_- - r_+ = d\cos\theta$$

$$\to V_T = \frac{kqd\cos\theta}{r^2} = \frac{kp\cos\theta}{r^2} = \frac{kpr\cos\theta}{r^3} = \frac{k\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}$$

اصل برهم‌نهی: یعنی مجموع پتانسیل‌های بارهای الکتریکی نقطه‌ای، پتانسیل الکتریکی یک جسم صلب را بدست می‌دهد.



* محاسبه‌ی پتانسیل در توزیع پیوسته‌ی بار

$$dV = k\frac{dq}{r} \to \sum dV = \sum k\frac{dq}{r}$$

$$\to \int dV = \int \frac{k\,dq}{r}$$

فیزیک سال ۱۳۹۱:

نیروی الکتریکی: $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$

میدان الکتریکی: قانون کولن:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{kq_1}{r^2}\hat{r}$$

$$E = \int k\frac{dq}{r^2}\begin{cases}\sin\theta\\ \cos\theta\end{cases} \qquad dq: \begin{matrix}\lambda dx, \lambda R d\theta\\ \sigma dA, \sigma r' dr' d\theta\end{matrix}$$

پتانسیل:

$$\int\frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q} = \frac{W}{q} = V = \frac{U}{q}$$

بار نقطه‌ای

$$\to V = \frac{kq}{r} \quad \to V = \frac{U}{q_0} = \int\frac{\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q_0} = \frac{\int\frac{kqq_0}{r^2}d\vec{r}\,\hat{r}}{q_0} = \int\frac{kq}{r^2}dr = \frac{kq}{r}$$

یک منفی هم دارد.

پتانسیل در محیط پیوسته با استفاده از میدان الکتریکی:

$$V = \frac{\int\vec{F}\cdot d\vec{r}}{q_0} = \frac{q_0\int\vec{E}\cdot d\vec{r}}{q_0} = \int\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$V = \int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{\infty}^{r}\vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{r}^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

پتانسیل در ناحیه

$+q \qquad q_0 \qquad q_0 \quad \begin{matrix}V=0\\ r=\infty\end{matrix}\Big\} V_\infty = 0$

مبدا پتانسیل ها معمولاً صفر جایی است که پتانسیل صفر می‌شود.

$r_2 \longleftrightarrow r_1$

$V_{r_2} - V_{r_1}$

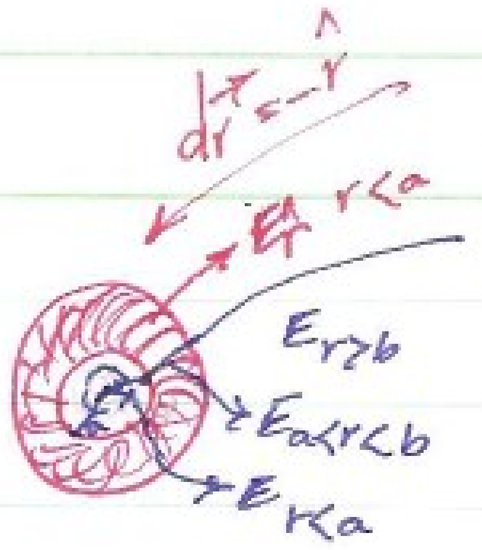
$\to V_{r_2} - \underset{0}{V_\infty} = V_{r_2}$

eg: یک پوسته کروی نارسانا به شعاع داخلی a و خارجی b به طور غیر یکنواخت به چگالی $\rho = A/r^2$ باردار کردیم پتانسیل الکتریکی در نواحی $r>a$، $a<r<b$، $r>b$ را بیابید.

$$r<a \to \oint E\cdot dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon} \to E(4\pi r^2) = \frac{0}{\varepsilon} = 0$$

$$a<r<b \to \oint E\cdot dA = \frac{q_{in}}{\varepsilon} = \frac{\int_a^r \rho\, dv}{\varepsilon} = \frac{\int_a^r A/r^2\, 4\pi r^2 dr}{\varepsilon} \to \frac{A(r-a)}{\varepsilon r^2} = E$$

$$r>b \to E = \frac{A(b-a)}{\varepsilon r^2}$$



$$V = -\int_r^\infty \vec{E}\cdot\vec{dr} = -\int_r^\infty E\,dr\,\cos 180 = \int_r^\infty E\,dr$$

$$V_{r<a} = \int_b^\infty \underset{r>b}{E\cdot dr} + \int_a^b \underset{a<r<b}{E\cdot dr} + \int_r^a \underset{r<a}{E\,dr}$$

$$V_{r<a} = \int_b^\infty \frac{A(b-a)}{\varepsilon r^2}dr + \int_a^b \frac{A(r-a)}{\varepsilon r^2} + 0 =$$

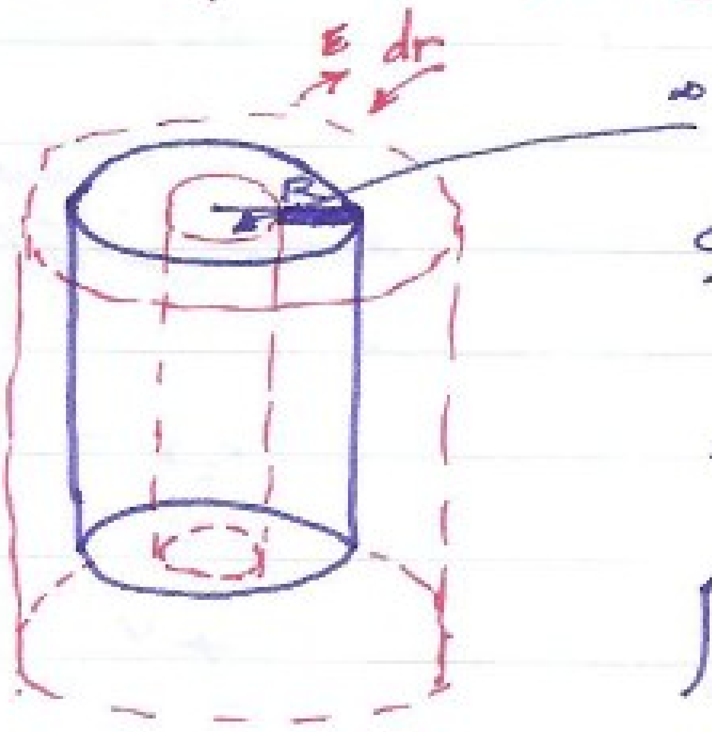
$$\frac{A(a-b)}{\varepsilon r}\Big|_b^\infty + \frac{A}{\varepsilon}\ln r\Big|_a^b + \frac{aA}{\varepsilon r}\Big|_a^b = \frac{A(b-a)}{\varepsilon b} + \frac{A}{\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$$

$$+\frac{aA}{\varepsilon}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)$$

$$V_{a<r<b} = \int_b^\infty \underset{r>b}{E\cdot dr} + \int_r^b \underset{a<r<b}{E\,dr} = \frac{A(b-a)}{\varepsilon b} + \frac{A}{\varepsilon}\ln\frac{b}{r} + \frac{aA}{\varepsilon}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{r}\right)$$

$$V_{r>b} = \int_r^\infty \underset{\text{بیرون}}{E\,dr} = \frac{A(b-a)}{\varepsilon r}$$

: استوانه ای توپر و نارسانا با چگالی یکنواخت بار ρ داریم اگر شعاع مقطع استوانه R باشد پتانسیل در نواحی درون و بیرون استوانه را بدست آورید.



$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \to E\cdot 2\pi r l = \frac{q_{in}}{\varepsilon} = \frac{\int_0^r \rho\,dv}{\varepsilon}$$

$$\to E\cdot 2\pi r l = \frac{\rho\pi r^2 l}{\varepsilon} \to \underset{r<R}{E} = \frac{\rho r}{2\varepsilon}$$ ناحیه درون

$$\int_0^R \rho\,dv = \rho\pi R^2 l/\varepsilon = E\,2\pi r l \to E = \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon}$$

$$V = -\int_r^\infty E\cdot dr\,\cos 180 = \int_r^\infty E\,dr = \int_R^\infty \underset{\text{بیرون}}{E\,dr} + \int_r^R \underset{\text{درون}}{E\cdot dr}$$

$$V = \int_R^\infty \frac{\rho R^2}{2r\varepsilon}\cdot dr + \int_r^R \frac{\rho r}{2\varepsilon}dr = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon}\ln r\Big|_R^\infty + \frac{\rho r^2}{4\varepsilon}\Big|_r^R = \frac{-\rho R^2}{2R\varepsilon} + \frac{\rho(R^2-r^2)}{4\varepsilon}$$

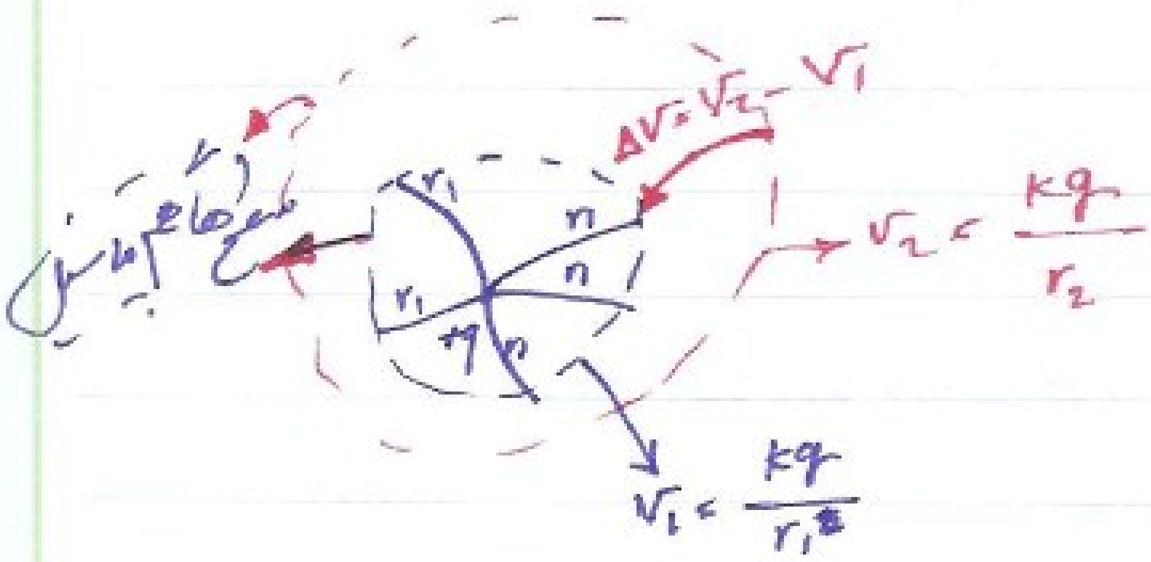
محاسبه میدان الکتریکی از طریق پتانسیل الکتریکی :

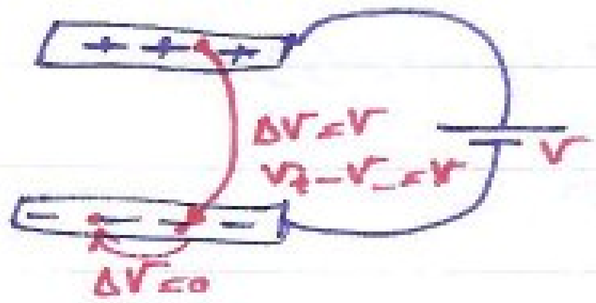
$$\frac{d}{dr}\left(V=-\int_r^{0}\vec{E}\,d\vec{r}\right) \Rightarrow \frac{dV}{dr}=-E\hat{r}$$

$$\frac{dV}{dx}=-E\hat{x}\ ,\ \frac{dV}{dy}=-E\hat{y}\ ,\ \frac{dV}{dz}=-E\hat{z}$$

$$\vec{\nabla}V=-E_x\hat{i}+(-E_y)\hat{j}-E_z\hat{k}$$

سطح هم پتانسیل :





انرژی پتانسیل الکتریکی :

$$W=\int\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int\frac{kq_1q_2}{r^2}\hat{r}\,dr\,\hat{r}$$

نیروی الکتریکی

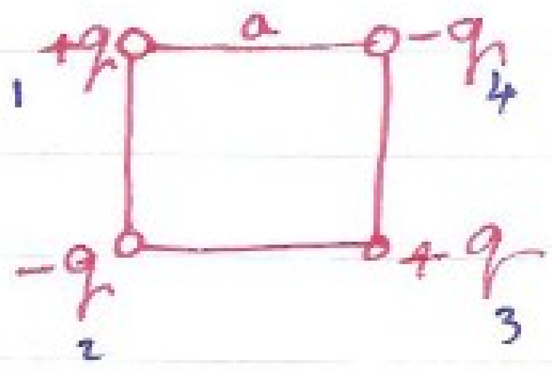
q_1 را در q_2 قرار دهیم

$$W=\frac{-kq_1q_2}{r}\qquad -W=U=\underbrace{\frac{kq_1q_2}{r}}_{V_1}=qV\Rightarrow V=\frac{U}{q}$$

* علامت بار در فرمول میدان و نیرو قرار نمی دهیم.

* " " " " پتانسیل و انرژی پتانسیل قرار می دهیم.

eg : انرژی پتانسیل لازم برای کنار هم قرار گرفتن 4 بار الکتریکی به شکل زیر را بیابید.



$$U=\frac{kq_1q_2}{r}+\frac{kq_1q_3}{r}+\frac{kq_1q_4}{r}+\frac{kq_2q_3}{r}+\frac{kq_3q_4}{r}$$

$$+\frac{kq_2q_4}{r}=\frac{kq(-q)}{a}+\frac{k(-q)(q)}{a}+\frac{kq(-q)}{a}+\frac{k(-q)(-q)}{a\sqrt{2}}$$

$$+\frac{kqq}{a\sqrt{2}}+\frac{kq(-q)}{a}=\frac{kq^2}{a}\left(-4+\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$U = \frac{1}{2}\sum_{ij} \frac{k q_i q_j}{r_{ij}} \Rightarrow U = \frac{1}{2} q \int \frac{k\,dq}{r}$$

V

برای حذف تکراری ها

فصل 20 :

-113 - 101 - 93 - 92 - 77 - 76 - 72 - 67 - 40 - 34 - 33 - 29 - 27 - 25 - 11 - 10

eg: ~~محاسبه میدان الکتریکی~~

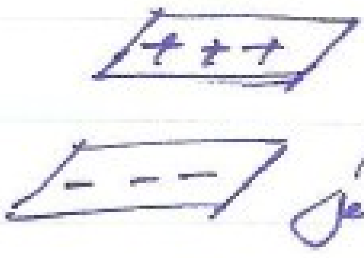
eg: فرض کنید پتانسیل الکتریکی سیستمی به فرم $V = 3xyz^2$ است. میدان الکتریکی در نقطه $(3\hat{i}, -2\hat{j}, 4\hat{k})$ را بدست آورید.

$$\vec{E} = E_x\hat{i} + E_y\hat{j} + E_z\hat{k}$$
$$\vec{E} = -3yz^2\hat{i} - 3xz^2\hat{j} - 6xy\hat{k}$$
$$= 96\hat{i} - 144\hat{j} + 144\hat{k} \Rightarrow |E| = \sqrt{96^2 + (144)^2 + (144)^2}$$

فصل خازنها :

خازن: هر دو صفحه رسانای موازی تشکیل خازن می دهند.

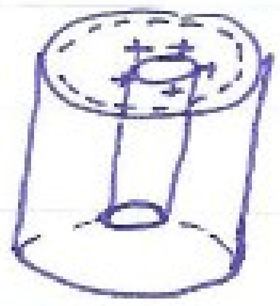
شکل صفحات



1. خازن تخت ۲. صفحه تخت

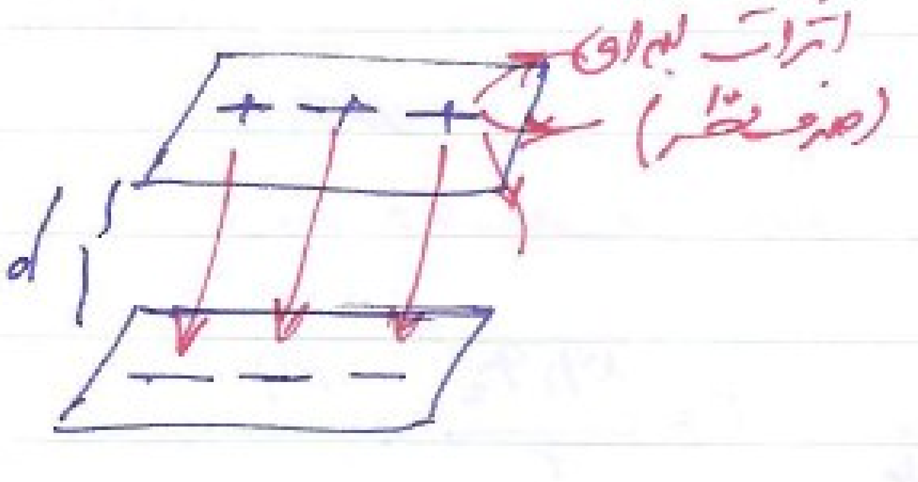
2. " استوانه ای ۲. صفحه استوانه شکل

3. " کروی ۲. " کروی



ظرفیت خازن: نسبت بار روی صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو سر خازن عددی ثابت است.

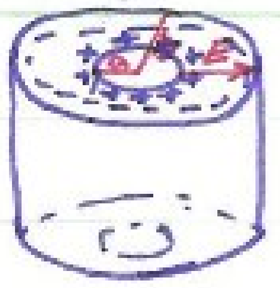
$$C = \frac{q}{V} \quad \oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \qquad V \rightarrow -\int E\,dr$$



$$V = -\int E\cdot dr = E\cdot d$$
$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow EA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow q = EA\varepsilon \Rightarrow C = q/V = \frac{EA\varepsilon}{Ed} = \frac{A\varepsilon}{d}$$

A: مساحت صفحه

d: فاصله بین صفحات



2. استوانه‌ای :

$C = q/V$

$$V = -\int_a^b E\,dr = \int_a^b E\,dr$$

علامت منفی (-) مثبت می‌شود.

$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E(2\pi r l) = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi r l \varepsilon_0}$$

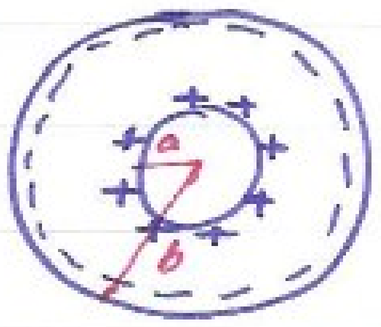
$$\Rightarrow V = \int_a^b \frac{q}{2\pi r l \varepsilon_0} dr = \frac{q}{2\pi l \varepsilon_0} \ln r \Big|_a^b = \frac{q}{2\pi l \varepsilon_0} \ln b/a$$

$$\Rightarrow C = q/V = \frac{q}{\frac{q}{2\pi l \varepsilon_0} \ln \frac{b}{a}} = \frac{2\pi \varepsilon_0 l}{\ln \frac{b}{a}}$$

طول

شعاع استوانه

سطوح خارجی و داخلی



$C = q/V$

3. کروی :

$$V = -\int_a^b E\cdot dr = \int_a^b E\,dr$$

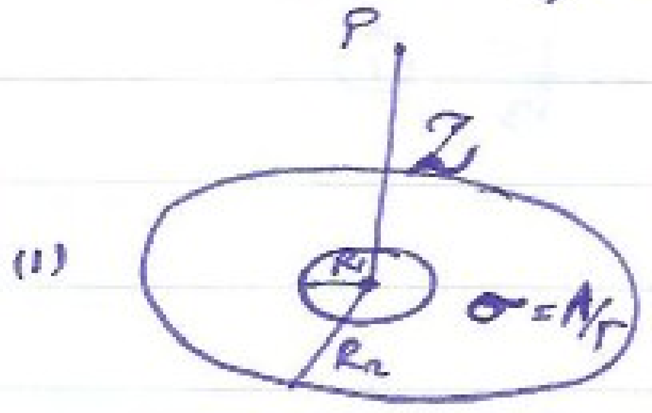
$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow V = \int_a^b \frac{q}{4\pi r^2 \varepsilon} dr = \frac{-q}{4\pi r \varepsilon} \Big|_a^b = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

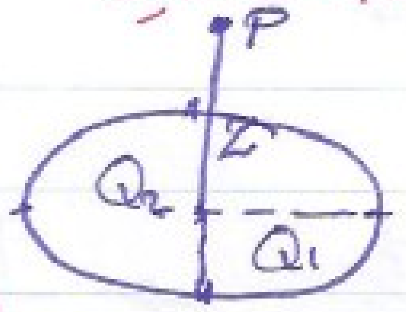
$$\Rightarrow C = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$$

eg: پتانسیل الکتریکی در نقطه P بدست آورید.

(1)



(2)



$Q_2 = -3/4\, Q_1$

eg: پتانسیل در نواحی $r<a$ ، $r>a$ را بدست آورید. (کره توپر)

eg: پتانسیل در نقطه P بدست آورید.

دو قرص باردار

حلقه با چگالی λ

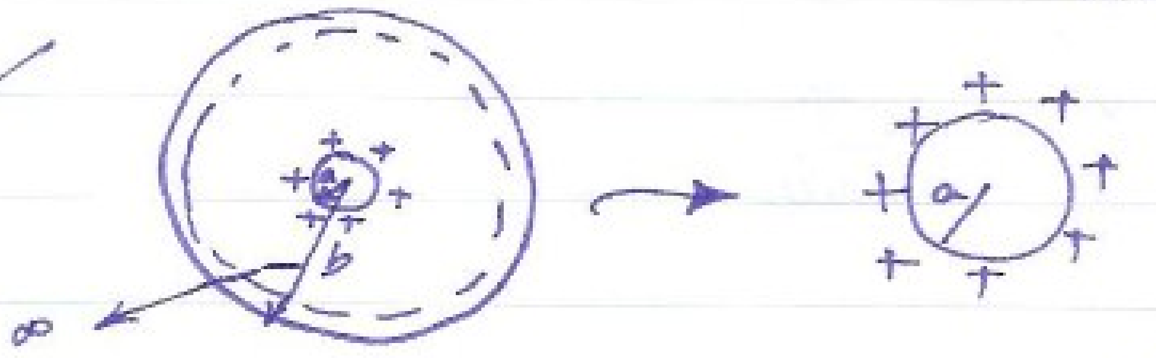
خازن در مدار:

خلاصه: ۱. تخت: $C=\frac{A\varepsilon_0}{d}$

2. استوانه‌ای: $C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln b/a}$

3. کروی: $C=\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$

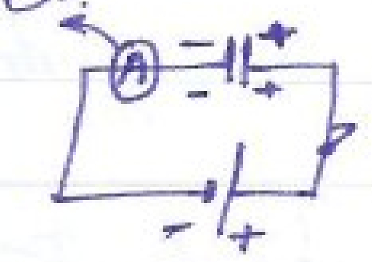
نکته:



هر جسم رسانای منزوی حکم خازن کروی دارد.

$C=\frac{4\pi\varepsilon_0}{1/a}=4a\pi\varepsilon_0$

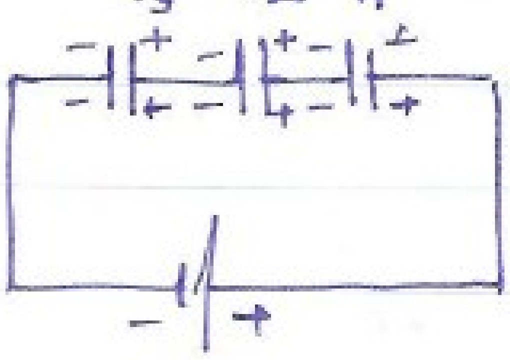
اگر خازن را شارژ کنیم → $C=q/V$



نحوه قرار گرفتن خازنها در مدار:

۱. سری - متوالی
2. موازی

۱. سری:



$\Rightarrow q_T=q_1=q_2=q_3$ (1)

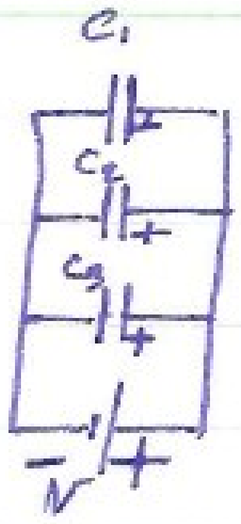
$\Rightarrow V_T=V_1+V_2+V_3$ (2)

$C=\frac{q}{V}\rightarrow V=\frac{q}{C}\Rightarrow \frac{q_1}{C_1}+\frac{q_2}{C_2}+\frac{q_3}{C_3}=\frac{q_T}{C_T}$ (3)

$\Rightarrow \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}=\frac{1}{C_T}$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{C_i}=\frac{1}{C_T}$

25



2. موازی :

$$q_T = q_1 + q_2 + q_3 \quad (1)$$

$$V_T = V_1 = V_2 = V_3 \quad (2)$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q = CV \Rightarrow C_T V_T = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3 \quad (3)$$

$$\Rightarrow C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} C_i = C_T$$

انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازن‌ها:

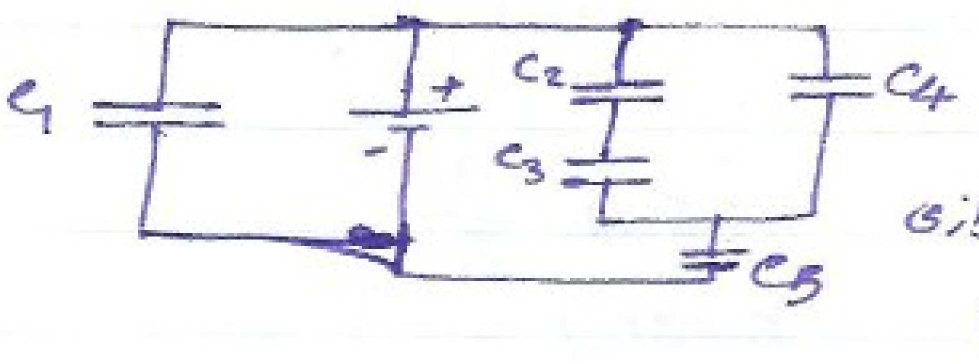
$$\frac{U}{q} = V \Rightarrow U = qV$$

انرژی ذخیره شده در هر لحظه هنگام باردار شدن خازن

$$\Rightarrow du = V\,dq \Rightarrow \int du = \int_0^q V\,dq = \int_0^q \frac{q}{C}\,dq \Rightarrow U = \frac{q^2}{2C}$$

$$\Rightarrow U = \frac{(CV)^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \xrightarrow{V = q/C} U = \frac{1}{2}q.V \text{ و } U = \frac{1}{2}CV^2$$

eg: اختلاف پتانسیل هر باتری $10V$ و ظرفیت هر خازن $10\mu F$ است. بار روی خازن (1) و (2) را بدست آورید.



سری $c_2, c_3 = \frac{c_2 c_3}{c_2 + c_3} = 5$

موازی $c_{2,3}, c_4 = 15 = c'$

$$c_5, c' = \frac{15 \times 10}{15 + 10} = \frac{150}{25} = 6$$

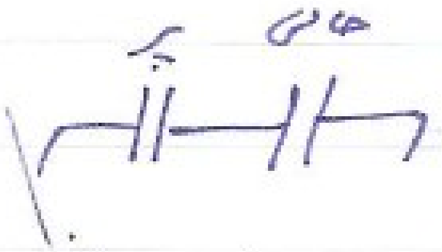
$$c_5, c', c_1 = 6 + 10 = 16$$

$C = \frac{q}{V} \Rightarrow q_T = 16 \times 10 = 160\mu C$, $V_1 = V_T = 10 \rightarrow q_1 = 10 \times 10 = 100$

$q' = 60\mu C = q_{2,3,4} = q_5$ $\quad V_{2,3,4} = \frac{60}{15} = \frac{q_{234}}{c_{234}} = 4 = V_4 = V_{2,3}$

$q_{2,3} = V_{2,3} \times C_{2,3} = 4 \times 5 = 20 = q_2 = q_3$

eg: خازن $C_1=3.55\mu F$ را با استفاده از یک باتری $6.3V$ تا اختلاف پتانسیل $V_0=6.3V$ باردار کرده‌ایم سپس باتری را برداشته و خازن را به خازن بی‌باری با ظرفیت $C_2=8.95\mu F$ راه آن وصل کرده و کلید محور را می‌بندیم. بار میان خازن‌ها جاری می‌شود تا اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها یکسان و برابر V می‌شود. $V = ?$



پر: $q_1 = C_1V_1 = C_1V_0 = 3.55\times 6.3 = 18.165\mu C$

خالی: $q_2 = 0 \qquad q_T = q_1 + q_2 = 18.165\mu C$

$$q_{T\,\text{قبل}} = q_{T\,\text{جدید}} \Rightarrow q^{\text{کل}}_{T\,\text{قبل}} = 18.165 = q_{1\,\text{جدید}} + q_{2\,\text{جدید}}$$

$$= C_1V + C_2V$$

$$= (C_1 + C_2)V$$

$$18.165 = (3.55 + 8.95)V$$

$$\Rightarrow V = 32.5V$$

با وصل کردن دو خازن به یکدیگر اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر می‌شود ... بار کل ثابت است.

q_{cte}

$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$

چگالی انرژی پتانسیل در خازن:

$u = \frac{U}{V} \rightarrow$ حجم

$$u = \frac{q^2}{2CV} = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\frac{A}{d}\cdot Ad} = \frac{E^2A^2\varepsilon_0^2}{2\varepsilon_0 A^2} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

(V: حجم)

از // میدان الکتریکی بین دو صفحه ثابت است. مقدار E

$$q \Rightarrow \oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow EA\varepsilon_0 = q$$

eg: یک کره‌ی فلزی منزوی به شعاع $R = 6.55cm$ دارای بار $q = 1.25nC$ می‌باشد. چگالی انرژی در سطح کره چقدر است؟

$u = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

$$\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi R^2\varepsilon}$$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{q^2}{(4\pi R^2\varepsilon)^2} = 25.4\times 10^{-5}\ J/m^3$$

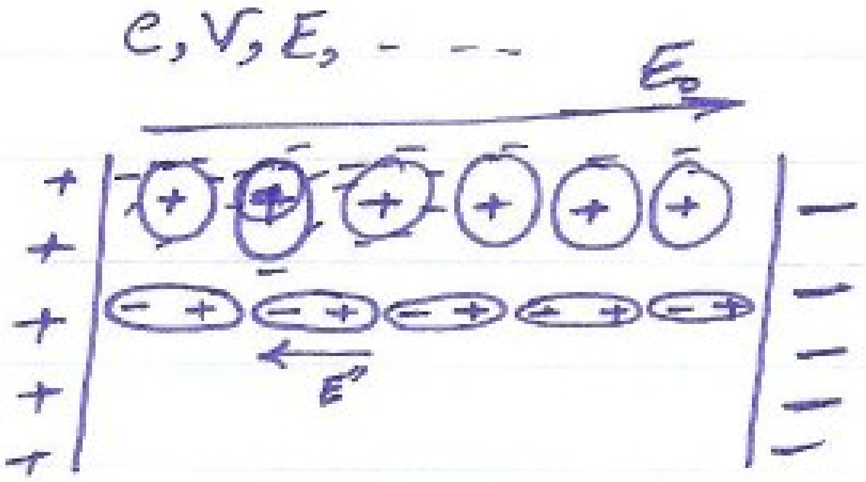
انرژی حجم: $U = \int u\,dv = \int_0^R u(4\pi r^2)\,dr$

خازن با دی الکتریک :

نارسانا

C, V, E, ...

E_0



$E_0 - E'' = E' \Rightarrow \downarrow E' = \frac{E_0}{K}$

ثابت دی الکتریک

ما تبع میدان) افزایش $(C\uparrow) \Leftarrow \uparrow C = \frac{q}{V\downarrow}$ کاهش $(V\downarrow) \Leftarrow \downarrow E = \downarrow V/d$ کاهش $(E = \downarrow)$

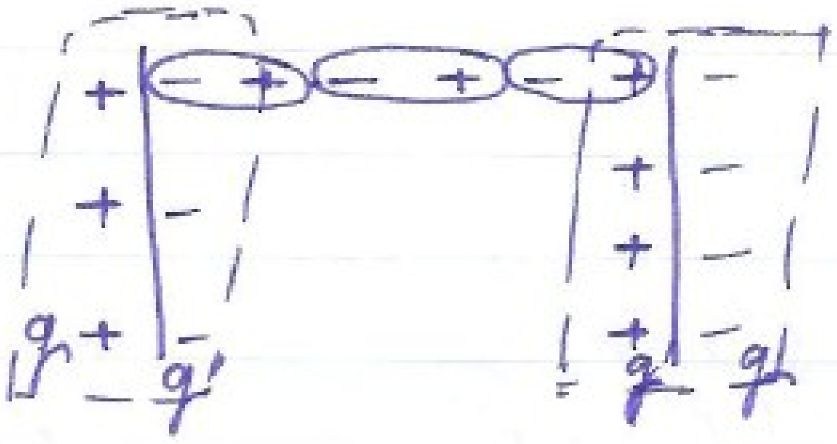
$C_{\text{جدید}} = \frac{q}{V} = \frac{q}{E'd} = \frac{q}{\frac{E_0}{k}d} = \frac{kq}{E_0 d} = k\frac{q_{\text{قدیم}}}{V_{\text{قدیم}}} = kC_{\text{قدیم}}$

$\Rightarrow \boxed{C_{\text{جدید}} = kC_{\text{قدیم}}}$

$C = \frac{\varepsilon A}{d} \to C' = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$

ثابت ضریب گذردهی الکتریکی

در دی الکتریک



محاسبه بار القایی روی صفحات داخلی خازن با دی الکتریک $q' = ?$ $\Rightarrow \oint E\, dA = \frac{q}{\varepsilon} \Rightarrow$

میدان خازن با دی الکتریک

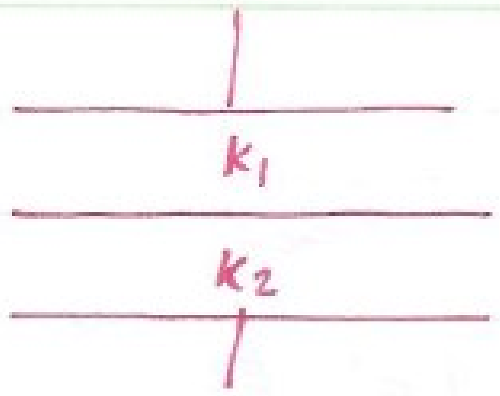
$\frac{E_0}{k}A = \frac{q-q'}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{q}{\varepsilon A} = \frac{q-q'}{\varepsilon}$

میدان الکتریکی خازن بدون دی الکتریک

$\Rightarrow q' = q - \frac{q}{k} = (1-\frac{1}{k})q$

eg: خازنی با ظرفیت C=100pF و سطح صفحات A=100cm² را با اختلاف پتانسیل 50V باردار کرده ایم اگر دی الکتریک متط با ثابت 5.4 وارد صفحات خازن کنیم:

1. ظرفیت خازن جدید ؟ $C_{\text{جدید}}$
2. میدان الکتریکی ؟ $E' =$
3. بار روی صفحات : $q = ?$
4. q'

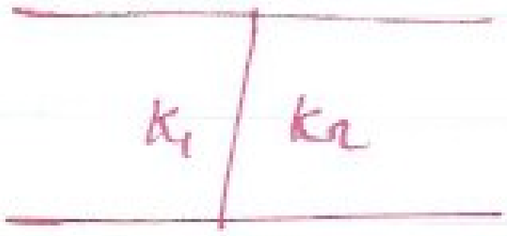


معادل ⇒ سری

$\frac{k_1 \varepsilon_0 A}{d}$ تحت ، $\frac{k_2 \varepsilon_0 A}{d}$ تحت

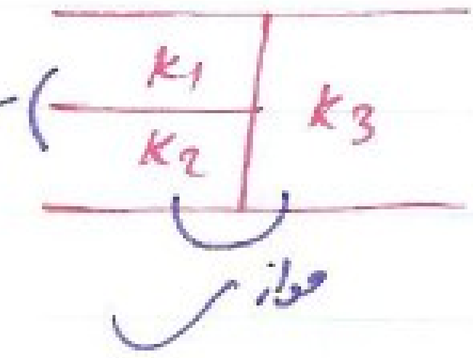
$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_T}$

اگر کروی یا استوانه ای باشد $\left(\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}} \text{ و } \dots \right)$

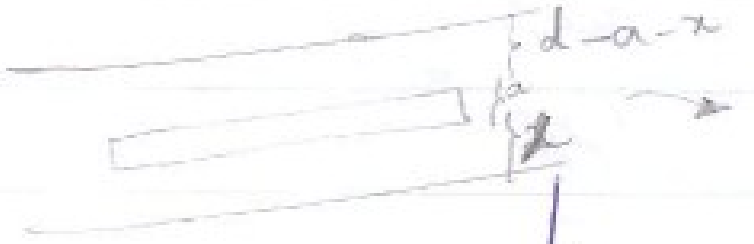


موازی

سری



موازی



نکته: در دو خازن موازی C_1, C_2 انرژی ذخیره شده با ظرفیت رابطه مستقیم دارد $U = \frac{q^2}{2C}$ ، $\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1}$

و در خازن های سری رابطه عکس دارد: $\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2}$

نکته: دو قطبی الکتریکی: $U = -P\cdot E$ ، $\theta = 0 \Rightarrow U_{min}$ پایدار ، $\theta = 180 \Rightarrow U_{max}$ ناپایدار ، $\tau = P \times E$

نکته: در خازن با دی الکتریک: $V = \frac{V_0}{K} \Rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{q}{V_0/K} = KC_0$

$E = \frac{E_0}{K}$

اگر خازن به باتری متصل باشد V ثابت است و بار q افزایش می یابد.

$\oint E\cdot dA = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} \rightarrow q - q'$

$E = \frac{E_0}{K} = \frac{q}{K\varepsilon_0 A} = \frac{q-q'}{A\varepsilon_0} \Rightarrow q' = q\left(1-\frac{1}{K}\right)$

$E = \frac{q-q'}{A\varepsilon_0}$

نکته: دو خازن C_1 و C_2 را که جدا از باتری با ولتاژهای V_1 و V_2 شارژ شده اند به هم متصل کنیم، در دو حالت داریم:

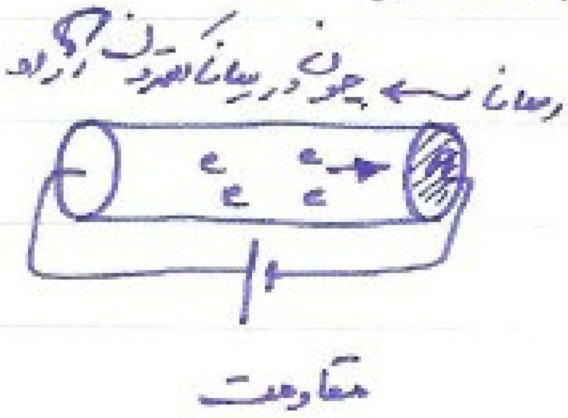
$V_T = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}$ مشترک

$V_T = \frac{|C_1V_1 - C_2V_2|}{C_1 + C_2}$ مشترک

فصل: مقاومت الکتریکی

جریان الکتریکی: آهنگ شارش بار الکتریکی.

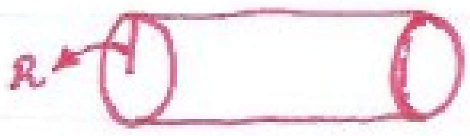
$$I=\frac{dq}{dt} \Rightarrow \underbrace{q}_{\text{بار شارش کرده}}=\int_0^t I\,dt$$



چگالی جریان: مقدار جریان گذرنده از سطح مقطع رسانا را گویند.

$$J=\frac{I}{A} \Rightarrow \underbrace{I}_{\text{جریان گذرنده}}=\int J\,dA$$

در یک رسانای استوانه‌ای شکل به شعاع مقطع R چگالی جریان به فرم $J=J_0\left(1-\frac{r}{R}\right)$ است. I را بیابید.

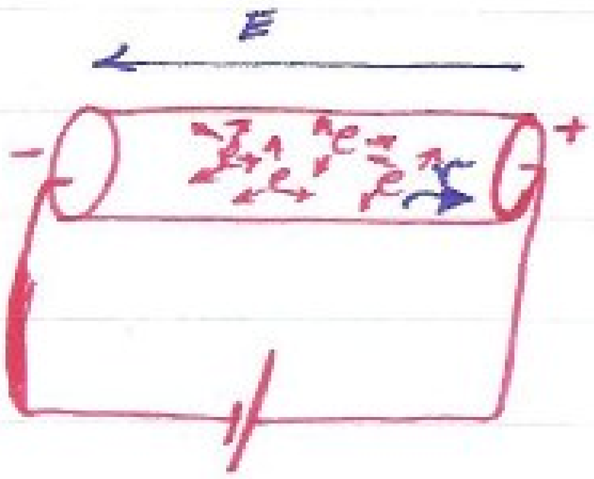


$$A=\pi r^2 \Rightarrow dA=2\pi r\,dr$$

$$I=\int J\,dA=\int_0^R J_0\left(1-\frac{r}{R}\right)(2\pi r)\,dr=\frac{J_0}{R}\int_0^R 2(R-r)\pi r\,dr$$

$$\frac{J_0}{R}\left(\int_0^R 2\pi R r\,dr-\int_0^R 2\pi r^2\,dr\right)=\frac{2\pi J_0}{R}\left(R\int_0^R r\,dr-\int_0^R r^2\,dr\right)$$

$$=J_0\cdot 2\pi\cdot\left(\frac{R^2}{2}-\frac{R^2}{3}\right)=2\pi J_0\frac{R^2}{6}$$



بررسی میکروسکوپی جریان و چگالی جریان در یک رسانا:

V_d: سرعت حدی سوق

سرعتی است که توسط میدان الکتریکی تولید شده از باتری به e های رسانشی رسانا داده می‌شود و آنها را در خلاف جهت میدان سوق می‌دهد.

$$J=\frac{I}{A}=\frac{q/t}{A}=\frac{Ne/\frac{L}{V_d}}{A}=\frac{NeV_d}{LA}$$

$t=\frac{L}{V_d}$ → سرعت سوق ؛ $q=Ne$

$$J=\frac{N}{\underbrace{LA}_{\text{حجم}}}eV_d=neV_d$$

ماکروسکوپی — چگالی تعداد e های رسانشی — سرعت میکروسکوپی

مقاومت الکتریکی:

قانون اهم: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به جریان الکتریکی گذرنده از آن عددی ثابت است به نام مقاومت.

$R = \int \rho \frac{dl}{A}$ ← سطح در حال تغییر

$R = \frac{V}{I} = \frac{EL}{JA} = \rho \frac{L}{A}$ $\qquad \rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T) \rightarrow (T - T_0)$ دمای مورد نظر - دمای اتاق

مقاومت ویژه

به جنس رسانا بستگی دارد — مقاومت ویژه در دمای اتاق $25\text{-}27^\circ C$ — ضریب دمایی به جنس رسانا بستگی دارد.

بررسی تغییرات ρ :

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{\frac{m_e v_d}{te}}{n e v_d} = \frac{m_e}{n e^2 t}$$

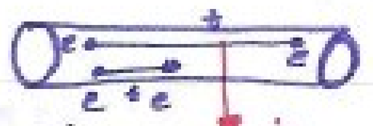
$m_e \rightarrow 1.6 \times 10^{-31} kg$ ، $e \rightarrow 1.6 \times 10^{-19}$

$E \Rightarrow F = eE = m_e a$ خارجی

$v = at + v_0 \rightarrow a = \frac{v_d}{t} \Rightarrow E = \frac{m_e v_d}{te}$

که قابل صرف نظر کردن باشد

زمان برخورد e سوق داده شده به e های دیگر در رسانا (زمان ... آزاد میانگین)



افزایش n و t ⇒ $\rho \downarrow$ ⇒ رسانایی بیشتر ، $t \sim \frac{L}{v_d}$ مربوط به زمان خاصی

اگر t زیاد باشد یعنی دیر به e های دیگر برخورد می‌کند یعنی مقاومتش زیاد بوده است.

زمان برخورد — سرعت یعنی — زودتر یعنی خورده و — انرژی را نمی‌تواند بدهد

مثال: دو رسانا از یک ماده ساخته شده‌اند، استوانه‌ای و دارای طول مساوی‌اند. رسانای A سیمی به قطر 1 mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به قطر بیرونی 2 mm و قطر درونی 1 mm است. نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را بیابید.

توان الکتریکی :

$dU = q\,dV$ ، $q \rightarrow It$ ، $dV \rightarrow RI$ $\Rightarrow U = RI^2 t = \frac{V^2}{R} t = VIt \Rightarrow P = \frac{U}{t}$

فصل مقاومت الکتریکی در مدارها:

باتری: مولد الکتریکی. به علت فرایند شیمیایی - گرمایی - مکانیکی - خورشیدی (ساختار درونی باتری)

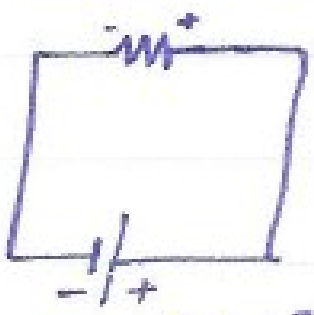
اختلاف پتانسیل تولید می‌کند ← میدان تولید ← رسانش ← جریان

ماکزیمم اختلاف پتانسیل باتری = نیروی محرکه باتری

electromotive force $\qquad \mathcal{E} = V \rightarrow$ باتری ایده‌آل ، باتری واقعی $\Rightarrow V = \mathcal{E} - rI \Rightarrow U = (\mathcal{E} I - rI^2) t$

مقاومت باتری — تولیدی ، اتلافی

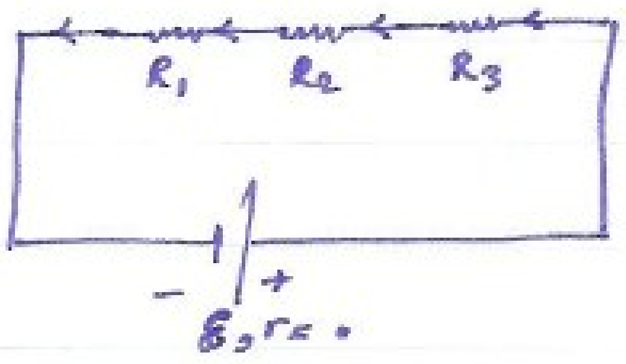
مقاومت در مدار:



$U = RI^2t$

دیدرسانا با مقاومت $V = RI$

① مدار سری - متوالی:



$I_1 = I_2 = I_3 = I_T$

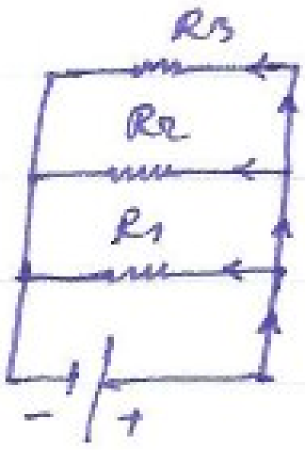
$\mathcal{E} = V_1 + V_2 + V_3$

قانون اهم: $R_T I_T = R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3$

$\Rightarrow R_T = R_1 + R_2 + R_3$

$\Rightarrow R_T = \sum_{i=1}^{n} R_i$

② مدار موازی:



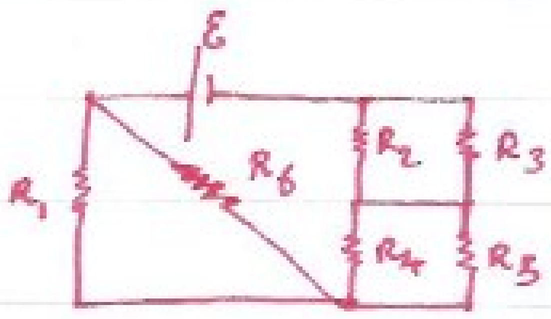
$\mathcal{E} = V_1 = V_2 = V_3$

$I_T = I_1 + I_2 + I_3$

قانون اهم: $\frac{V_T}{R_T} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$

$\Rightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} = R_T$

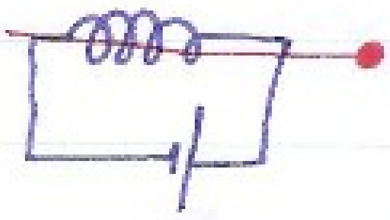


eg: همه مقاومت‌ها برابر R است.

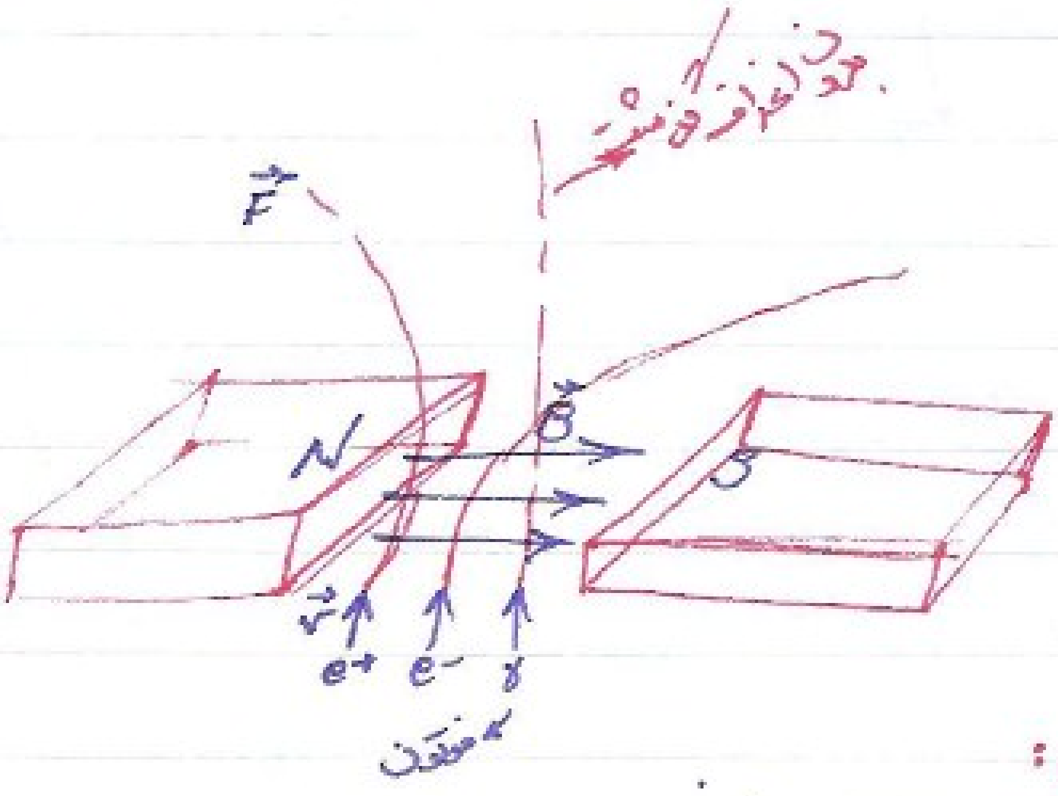
فصل میدان مغناطیسی (B): به دو صورت [خاصیت مغناطیسی] در مواد ایجاد می‌شود.

① خاصیت ذاتی مواد ← آهن‌ربا

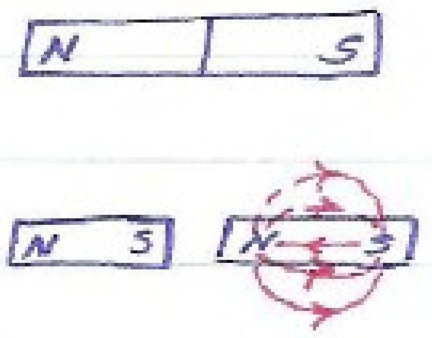
② به علت حرکت بارهای الکتریکی ← میدان مغناطیسی در اطراف آن تولید می‌شود.



آهن‌ربای الکتریکی



نیروی مغناطیسی:



خطوط میدان مغناطیسی:

① جهت میدان

② تراکم خطوط شدت میدان را نشان می‌دهد.

$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

انحراف ← نیرو در میدان

$|\vec{F}| = q v . B \sin\theta$

زاویه بین V و B است.

$N \quad C \quad m/s \quad T$

$T = 10^{+4}\ G$

تسلا — گاوس

$N = \frac{cm}{s} T \rightarrow C/s \rightarrow I \rightarrow N = A\,m\,T$

نیروی وارد بر سیم حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی خارجی:

$\vec{F} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

$F = q\,\frac{\vec{L}}{t} \wedge \vec{B} = I\vec{B}\wedge\vec{L}$ → انگشت 4

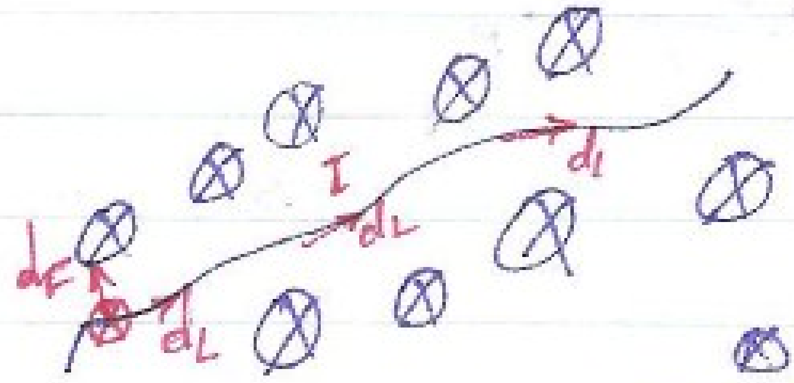
انگشت شست

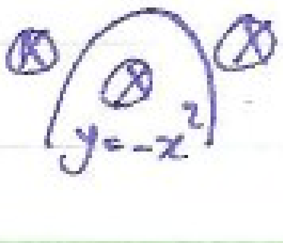
کف دست

در صورتی باید انتگرال بگیریم:

1. میدان مغناطیسی یکنواخت نبود

2. سیم حامل جریان راست نبود

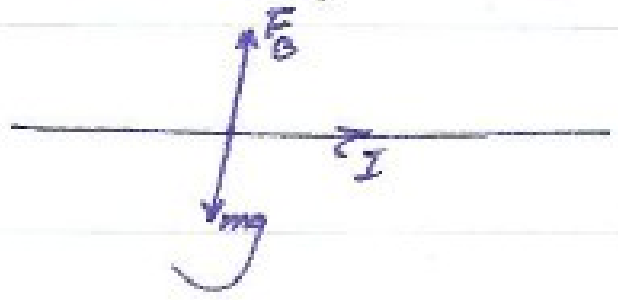




$d\vec{l} = dx\,i + dy\,j$

$d\vec{l} = dx\,i - 2x\,j$

مثال: سیمی حامل جریان $I=5A$ طرای چگالی جرمی $\rho = 46.6 \, gr/m$ است. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی کمینه برای معلق ماندن سیم چقدر است؟

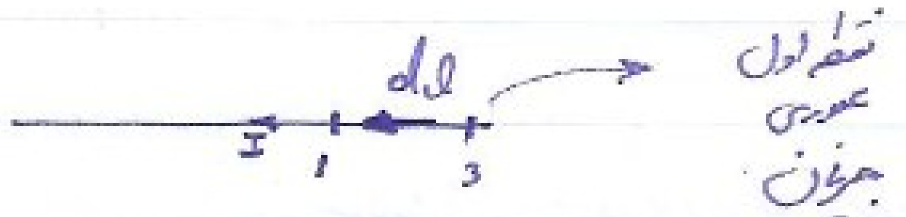


$$F_B = mg \qquad BIL\sin\theta = mg$$

$$B = \frac{mg}{LI\sin\theta} \quad , \quad \frac{dB}{d\theta} = 0 \to \theta = \pi/2$$

$$\to B_{min} = \frac{mg}{LI} = \frac{\rho g}{I} = \frac{46.6\times10^{-3}\times 10}{5} = 9\times10^{-2}\,T$$

مثال: سیم مستقیم بسیار بلندی که در امتداد محور xها و در جهت منفی آن قرار دارد حامل جریان $5A$ است. میدان مغناطیسی به فرم $B = 3\hat{i} + 8x^2\hat{j}$ (x بر حسب متر و B بر حسب T است) نیروی وارد بر بخش $2m$ از سیم بین $x=1$ و $x=3$ را بر حسب بردار یکه بیابید.



$$B = 3\hat{i} + 8x^2\hat{j}$$
$$d\ell = dx(-\hat{i})$$

$$\int dF = \int I\, d\vec{L} \times \vec{B}$$

$$F = \int I\, dx(-\hat{i}) \times (3\hat{i} + 8x^2\hat{j})$$
$$= -I\int_3^1 8x^2 dx\, \hat{k} = 40\int_1^3 x^2 dx\, \hat{k} = \frac{40}{3} x^3 \Big|_1^3$$

فصل محاسبه میدان مغناطیسی:

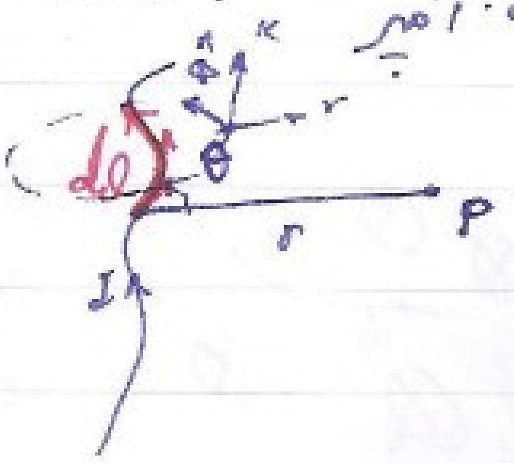
میدان E:
- ق. کولن: $k\int \frac{dq}{r^2}$
- ق. گوس: $\oint E\cdot dA = \frac{q}{\varepsilon_0}$

میدان B:
- ق. بیوساوار: بر طبق این قانون میدان مغناطیسی با مجذور فاصله جریان تا هر نقطه دلخواه نسبت عکس دارد و با مولفه‌ای عمود از مسیر جریان نسبت مستقیم دارد.
- ق. آمپر

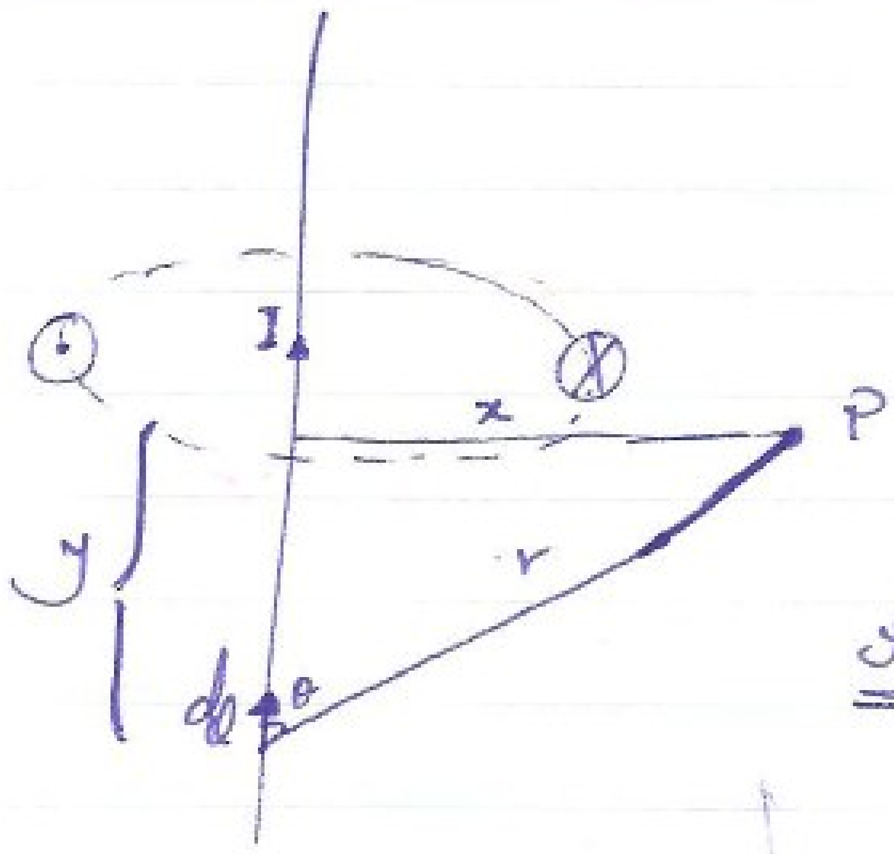
ق. بیوساوار:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,d\ell \sin\theta}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,d\vec{\ell}\times\vec{r}}{r^3}$$

ضریب نفوذ مغناطیسی خلاء: $4\pi\times10^{-7}\,\frac{Tm}{A}$



ق. دست راست:
- B — چهار انگشت
- انگشت شست — I



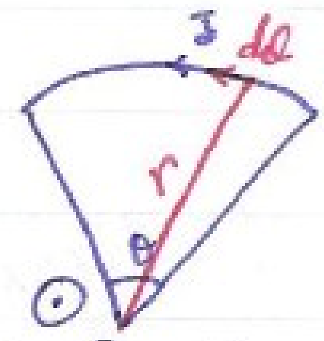
محاسبه میدان مغناطیسی سیم مستقیم بسیار بلند حامل جریان :

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,d\vec{l}\,\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{2\mu_0 x I}{4\pi}\int_0^{\infty} \frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\underline{y = x\,tg\theta} \quad \frac{2\mu_0 x I}{4\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{x(1+tg^2\theta)\,d\theta}{x^3(1+tg^2\theta)^{3/2}} = \frac{2\mu_0 x I}{4\pi x^2}\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{(1+tg^2\theta)^{1/2}}$$

$$= \frac{2\mu_0 I}{4\pi x}\sin\theta \Big|_0^{\pi/2} = \frac{2\mu_0 I}{4\pi x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



محاسبه میدان مغناطیسی سیم حامل جریان به شکل کمانی از دایره :

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,d\vec{l}\,\sin\theta}{r^2} = \frac{I\mu_0}{4\pi}\int \frac{dl}{R^2} = \frac{I\mu_0}{4\pi R^2}\int_0^{\varphi} \underbrace{dl}_{R\,d\varphi}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\, dl\, \frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|r-r'|^3}$$

نقطه مشاهده (p)   نقطه منبع

$$= \frac{\mu_0 I R\varphi \Big|_0^{\varphi}}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I \varphi}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

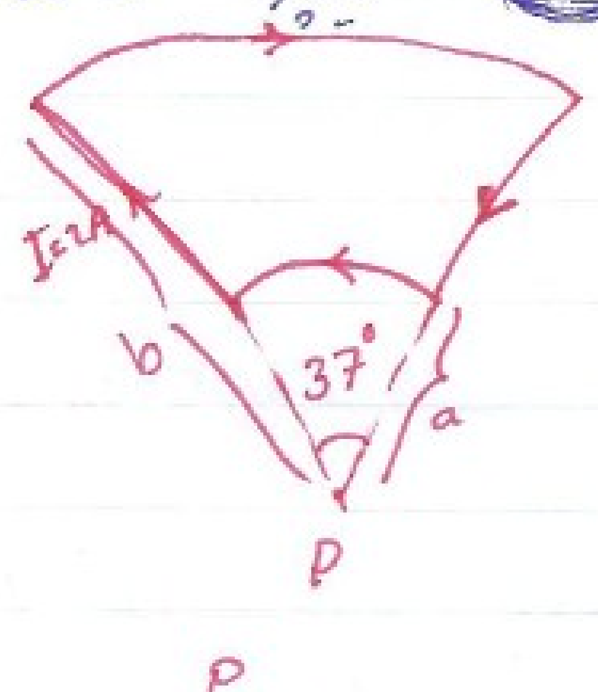
$$\hat{\theta} = (-\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j}), \quad \hat{r} = (\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j})$$

حلقه N = دو حلقه

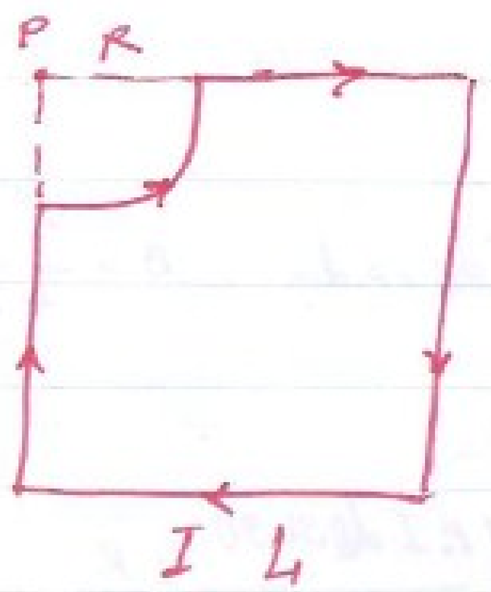
$$B_{\text{دو حلقه}} = \frac{N\mu_0 I}{2R}$$

تمرین تحویلی:

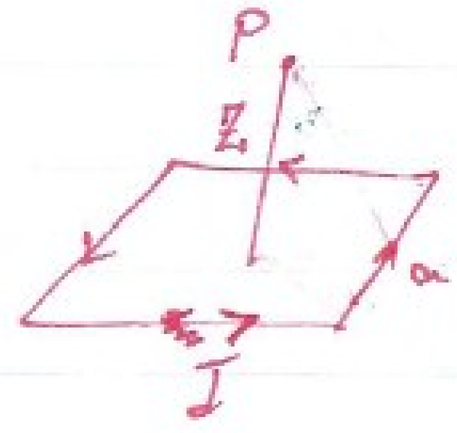
eg:



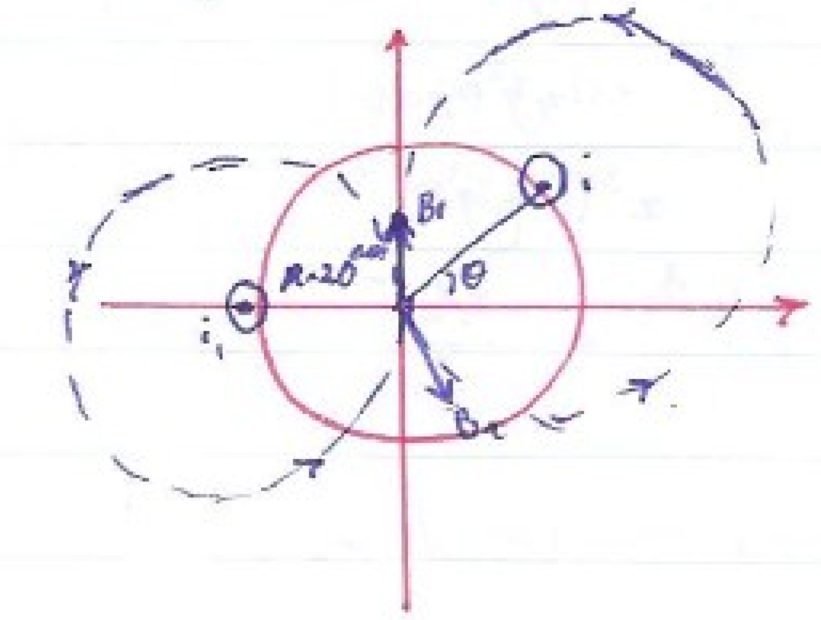
eg:

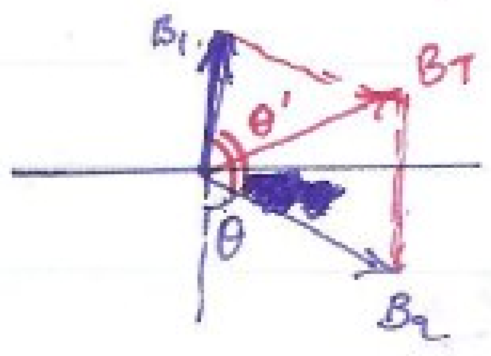


eg:



در شکل زیر مقطع دو سیم مستقیم بسیار بلند را نشان می‌دهد بر روی استوانه پلاستیکی به شعاع 20^{cm} نگه داشته شده. سیم یک حامل جریان $I_1=60^{mA}$ برون صفحه می‌باشد و در جای خود و در سمت چپ استوانه قرار دارد. سیم 2 حامل جریان $I_2=40^{mA}$ به طرف بیرون صفحه است و می‌تواند روی استوانه حرکت کند. در چه زاویه سیم 2 باید قرار بگیرد تا میدان مغناطیسی برابر 80nT باشد.





$$(B_T)^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2|B_1||B_2|\cos\theta'$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi R} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times 60\times10^{-3}}{2\pi\times 20\times10^{-2}} = 6\times10^{-8}\,T$$

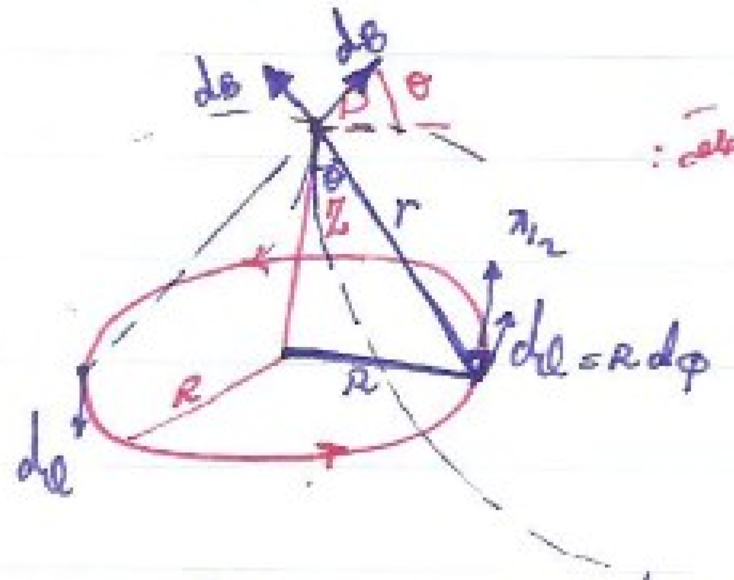
$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi R} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times 40\times10^{-3}}{2\pi\times 20\times10^{-2}} = 4\times10^{-8}\,T$$

$$(80\times10^{-9})^2 = (10^{-8})^2\left[6^2+4^2+2\times6\times4(-\cos\theta)\right]$$

$$64\times10^{-16} = 10^{-16}\left[36+16+48(-\cos\theta)\right]$$

$$12 = -48\cos\theta \Rightarrow \theta' = \cos^{-1}(-1/4) = 104.5$$

محاسبه میدان مغناطیسی ناشی از حلقه جریان در نقطه P به فاصله Z از محور عمودی بر مرکز حلقه:

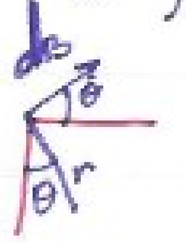


$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dl\,\sin\theta}{r^2}$$

زاویه $\pi/2$، صفحه OZ بر صفحه xy عمود است.

به دلیل تقارن شکل dB_x و dB_y صفر است.

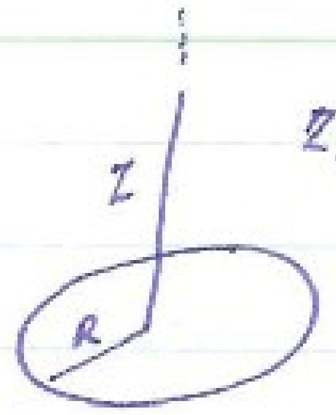
$$\Sigma B_Z = \int dB\,\sin\theta = \int \frac{\mu_0 I\,dl\,\sin 90}{4\pi r^2}\cdot\frac{R}{r} = \int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I R^2\,d\varphi}{4\pi(R^2+Z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I\,2\pi R^2}{4\pi(R^2+Z^2)^{3/2}}$$



تمرینات فصل مقاومت: 21، 23، 35، 36، 53، 54، 63، 75.

تمرینات فصل مدار: 12، 15، 17، 21، 23، 32، 40، 54، 55، 63، 67، 89، 94.

تمرینات فصل نیروی مغناطیسی - میدان مغناطیسی: 40، 44، 45، 50، 59، 63، 65، 86، 87



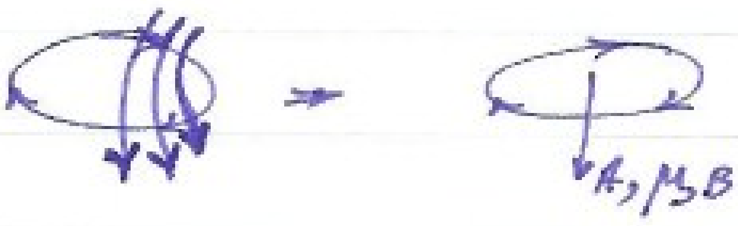
$Z \gg R$ $\quad B = \dfrac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi (R^2+Z^2)^{3/2}} = \dfrac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi Z^3 (1+(\frac{R}{Z})^2)^{3/2}}$

$(1+v)^\alpha = 1+\alpha v+\dots \qquad = \dfrac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi Z^3}\left(1-\tfrac{3}{2}\cancel{\tfrac{R^2}{Z^2}}+\dots\right)$

$$= \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi Z^3}$$

$P=qd$ در میدان E بارها با ابعاد فاصله‌شان نمی‌دهیم مجموعه‌ها را با گشتاور دوقطبی الکتریکی نشان می‌دهیم.

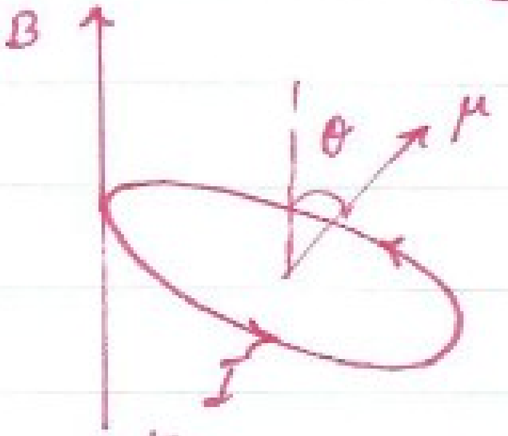
به مجموعه حلقه جریان و میدان مغناطیسی اطراف آن گشتاور دوقطبی مغناطیسی گویند. $\vec{\mu},\ \vec{m} = I\vec{A}$



$$= \frac{\mu_0 \mu}{2\pi Z^3} = \frac{\mu_0 m}{2\pi Z^3}$$

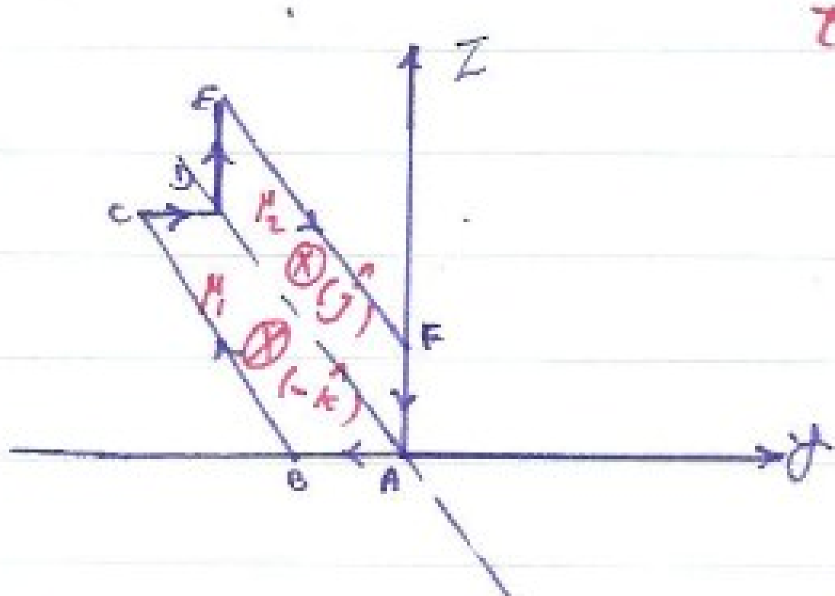
گشتاور نیروی مغناطیسی وارد بر دوقطبی مغناطیسی از طرف میدان مغناطیسی خارجی:

حلقه جریان ≡ دوقطبی مغناطیسی.



$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$ ، انرژی چرخش $U = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

eg: با توجه به شکل حلقه A,B,C,D,E,F,A حامل جریان $I=5A$ است. ضلع‌های حلقه موازی با محورهای مختصات می‌باشند و اضلاع $AB=20^{cm}$ ، $BC=30^{cm}$ و $FA=10^{cm}$ است. گشتاور نیروی مغناطیسی را بدست آورید اگر میدان مغناطیسی خارجی $B=0.25\hat{i}+0.3\hat{k}$ بر حلقه وارد شود. $\mu=?$ و $\tau=?$



$\mu_1(-\hat{k})+\mu_2(\hat{j})=\mu$

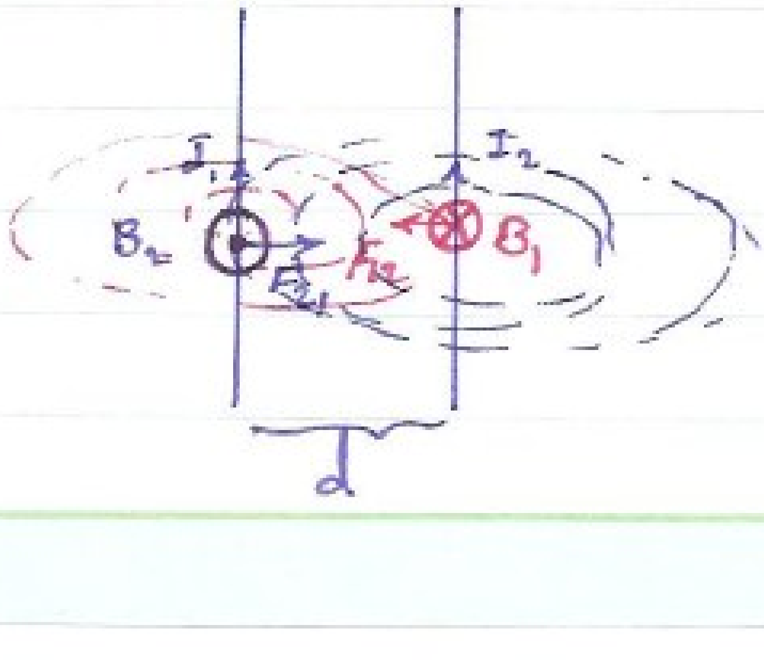
$IA_1(-\hat{k})+IA_2(\hat{j})=\mu$

ABCD $\qquad$ AFED

$5(0.3)(0.2)(-\hat{k})+5(0.1)(0.3)\hat{j}=\mu$

$\mu = -0.3\hat{k}+0.15\hat{j} \Rightarrow |\mu| = \sqrt{0.09+0.0225} \dots$

$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$



نیروی مغناطیسی بین دو سیم موازی حامل جریان:

$F_{12} = B_1 I_2 l \sin\pi/2 = B_1 I_2 l$

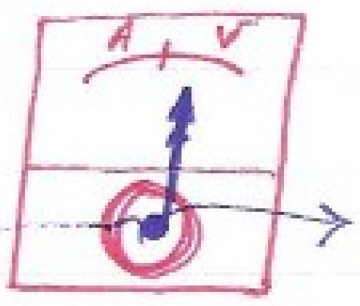
$F_{21} = B_2 I_1 l \sin\pi/2 = B_2 I_1 l$

$|F_{12}|=|F_{21}|$ $\neq$ $F_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$

یک آمپر همان جریانی است که از سیمی به فاصله یک متر از یکدیگر می‌گذرند و نیرویی $F=\frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi}=2\times10^{-7}N$ وارد می‌شود.

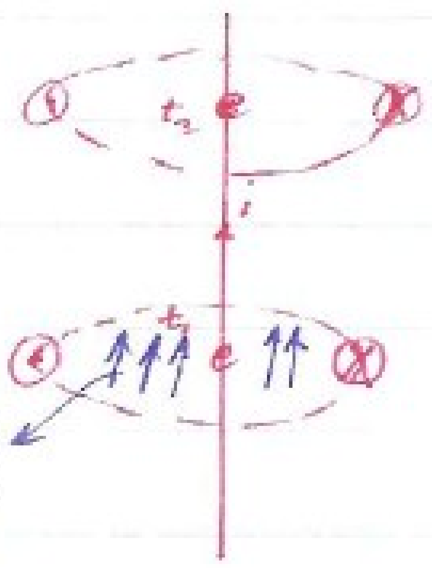
گالوانومتر:

• بسته به نوع بسته شدن در مدار آمپرسنج یا ولت سنج خواهد بود.



قانون آمپر:

میدان مغناطیسی روی حلقه بسته (حلقه آمپری) متناسب است با جریان درون حلقه.



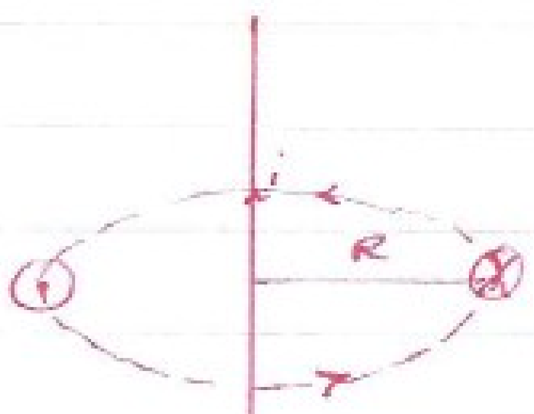
حلقه آمپری یک محیطی است که خطوط مماس بر آن جهت میدان را نشان می دهد. که از سطح محصور آن جریان می تواند بگذرد.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$J = cte \Rightarrow \frac{i_{\text{کل}}}{A_{\text{کل}}} = \frac{i'}{A'}$$

$$J \neq cte \Rightarrow i_{\text{دلخواه}} = \int J\, dA$$

هم ارزی قانون بیوساوار و قانون آمپر:



در قانون آمپر میدان سیم مستقیم بسیار بلند در تمام نواحی که فاصله آنها تا محور سیم R باشد را بدست آورد. در صورتیکه φ یک نقطه از این ناحیه است.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i \Rightarrow (B_r\hat{r} + B_\phi\hat{\phi} + B_z\hat{k})\cdot r\,d\phi\,\hat{\phi} = \mu_0 i$$

$$\Rightarrow B_\phi R\,d\phi = \mu_0 i \Rightarrow B_\phi R\phi\Big|_0^{2\pi} = \mu_0 i \Rightarrow 2\pi R B_\phi = \mu_0 i \Rightarrow B_\phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i \Rightarrow B\underbrace{(2\pi r)}_{\text{محیط دایره}} = \mu_0 i$$

مثال: سیمی به شکل استوانه ای دارای شعاع مقطع R وجود داشته باشد و جریان یکنواختی از آن بگذرد میدان مغناطیسی در نواحی $r<R$ را بیابید.

$$J = cte \quad \frac{i_{\text{کل}}}{A_{\text{کل}}} = \frac{i'}{A'} \Rightarrow \frac{i}{\pi R^2} = \frac{i'}{\pi r^2} \Rightarrow \underbrace{i'}_{\text{سطح حلقه آمپری}} = \frac{r^2}{R^2} i$$

$$\oint B\cdot dl = \mu_0 i \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 \cdot \frac{r^2}{R^2} i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$$

$r > R \qquad B(2\pi r) = \mu_0 \cdot i_{کل} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2\pi r}$

eg: چگالی جریان درون یک سیم استوانه‌ای بسیار بلند و توپر به شعاع a و در جهت محور سیم از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید. $J = J_0 \frac{r}{a}$ (J معرف چگالی جریان است) و $J_0 = cte$. میدان مغناطیسی درون و بیرون سیم چقدر است؟

$\oint B \cdot dl = \mu_0 \cdot i'$

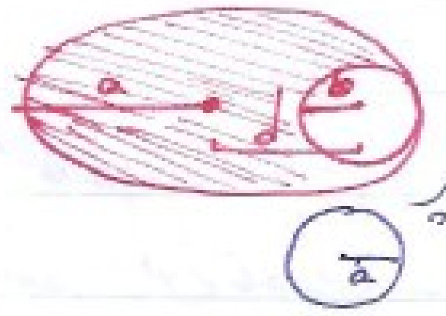
$i' = \int J \cdot dA = \int J_0 \frac{r}{a} (2\pi r) dr = \frac{J_0 \cdot 2\pi}{3a} r^3 \Big|_0^r = \frac{2\pi}{3} J_0 \frac{r^3}{a}$

$B(2\pi r) = \mu_0 \frac{2\pi J_0}{a} \cdot \frac{r^3}{3} \Rightarrow B_{درون} = \frac{J_0 \mu_0 r^2}{3a}$

$\oint B \cdot dl = \mu_0 \cdot i'$

$B(2\pi r) = \mu_0 \int_0^a J_0 \cdot \frac{r}{a} dA = \mu_0 \int_0^a J_0 \frac{r}{a} (2\pi r) dr \Rightarrow B_{بیرون} = \frac{\mu_0 J_0 \cdot a^2}{3r}$

eg: مقطع یک رسانای استوانه‌ای بسیار بلند به شعاع a شامل لوله‌ای استوانه‌ای به شعاع b است. محورهای این دو استوانه موازی‌اند و فاصله‌ی d از هم قرار گرفته‌اند. جریان I به شکل به صورت هاشور نشان داده شده است. اگر جریان یکنواخت باشد میدان مغناطیسی روی محور لوله را به دست آورید.



سیم توپر $\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot i'_a \qquad (I)$

لوله‌ای که فرض کنیم سیم توپر است. $\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot i'_b \qquad (II)$

$(I) \quad B(2\pi r_a) = \mu_0 \left(\frac{r_a^2}{a^2} i\right) \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i r_a}{a^2}$

$J = cte \Rightarrow \frac{i_T}{A_T} = \frac{i'_a}{A'_a} \Rightarrow \frac{i}{\pi a^2} = \frac{i'_a}{\pi r_a^2} \Rightarrow i'_a = \frac{r_a^2}{a^2} i$

$(II) \quad \frac{i_T}{A_T} = \frac{i'_b}{A'_b} \Rightarrow \frac{i_T}{\pi b^2} = \frac{i'_b}{\pi r_b^2}$

$B(2\pi r_b) = \frac{\mu_0 i r_b^2}{b^2}$

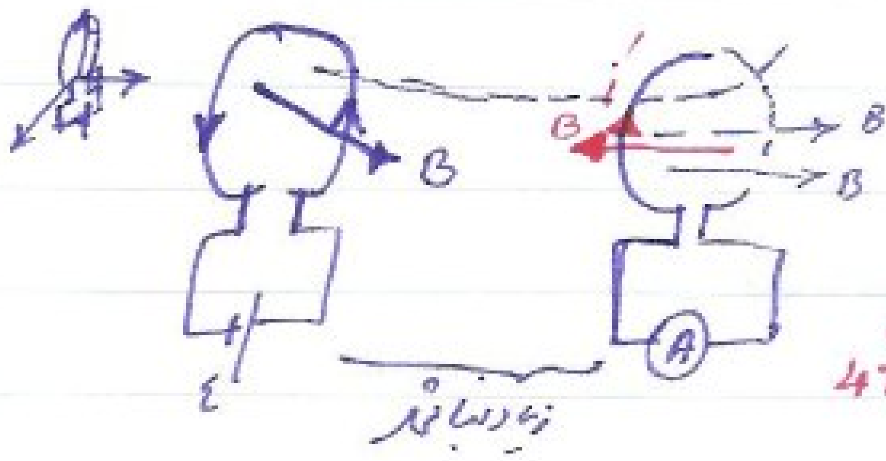
$B_1 = \frac{\mu_0 i r_a}{2\pi a^2}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 i r_b}{2\pi b^2} \xrightarrow[r_a = a]{r_b = b} B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{d}{a \cdot b}$

فصل القا (القایش) :

i ← میدان مغناطیسی B

$\vec{B}$ ← تغییرات مغناطیسی i جریان القایی تولید کرده

$\varepsilon_{ind} = V$ القایی نیروی محرکه



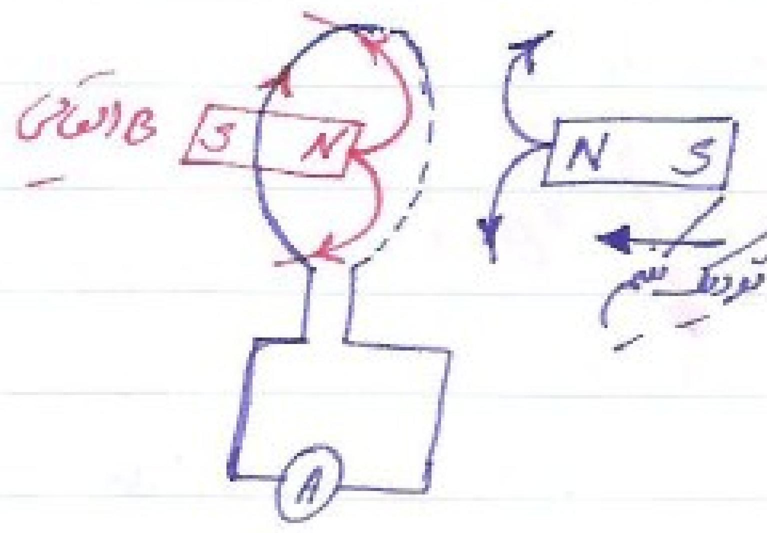
3T ، 4T میدان القایی ، i اصلی

$\Delta B > 0$

با جریان i تبدیل $4T \rightarrow 3T$

$i \leftarrow \Delta B$ (فارادی)

جهت جریان لنز $\vec{B}_i = -\Delta\vec{B}$ القایی



$R = \frac{V}{i} \rightarrow i_{ind} = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$

نیروی محرکه الکتریکی القایی

مقاومت سیم حلقه

جریان القایی

یادآوری:

$\Phi = \oint E\cdot dA$ سه بعدی سطح بسته

شار الکتریکی $= \vec{E}\cdot\vec{A}$

شار الکتریکی $= \frac{\text{تعداد خطوط}}{\text{واحد سطح}}$

شار مغناطیسی: تعداد خطوط مغناطیسی گذرنده از یک حلقه جریان برقرار است.

$\Phi_B = \int B\cdot dA$

سطح محصور از حلقه ای که جریان بدست آورد.

$(T\cdot m^2) = wb$ وبر

تغییر شار:

1. تغییر B
2. تغییر $\cos\theta$
3. تغییر سطح A

$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$ نیروی محرکه الکتریکی القایی (لنز، فاراده)

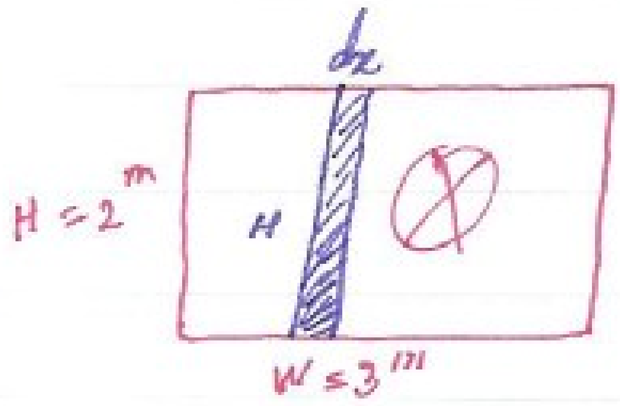
$= \frac{-\int B\cdot dA\cos\theta}{dt}$

$= \frac{-dB}{dt} A\cos\theta$

$= \frac{-dA}{dt} B\cos\theta = \frac{-d(\cos\theta)}{dt} B\cdot A$

$\theta \rightarrow \omega\cdot t$

eg: حلقه‌ی سیمی به شکل مستطیل در میدان متغیری به فرم $B = 4t^2x^2$ قرار دارد و جهت میدان درون سو است. ابعاد حلقه 2 و 3 متر است. بزرگی نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه در $t = 0.1s$ بدست آورید.



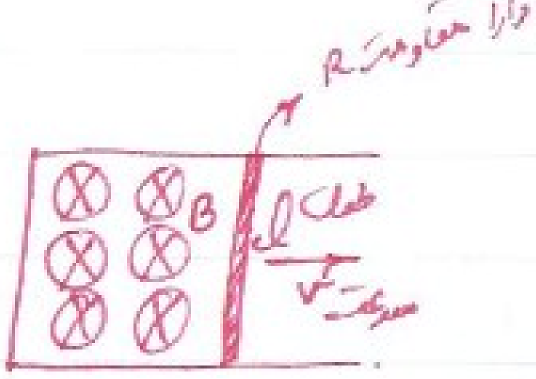
$$dA = H\,dx$$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int B\,dA\cos\theta = \frac{-d}{dt}\int_{}^{2} 4t^2x^2 H\,dx$$

$$= \frac{-d}{dt}H\left(4t^2\frac{x^3}{3}\right)_0^{w} = \frac{-d}{dt}\,4H\frac{\omega^3}{3}t^2 = -8tH\frac{\omega^3}{3}$$

$$\rightarrow \mathcal{E}_{ind} = 14.4$$

انتقال انرژی در پدیده‌ی القایی:



$$\phi = BA\cos\theta$$

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{-d}{dt}(AB\cos\theta) = \frac{-dA}{dt}B\cos\theta = -Bl\frac{dx}{dt}\cos\theta$$

$$= -BLV$$

$$\text{جریان}: \quad i_{ind} = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} = \frac{BLV}{R}$$

$$P = \frac{dw}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{F}\cdot\vec{x}) = \vec{F}\cdot\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{V}$$

$$F = BIL\sin\theta = B\left(\frac{BLV}{R}\right)L\sin 90 = \frac{B^2L^2V}{R}$$

$$\rightarrow P = B^2L^2V^2/R$$

انرژی انتقال یافته $U = B^2L^2V^2/R \cdot t$

جریان و مقاومت 22:

6-22: حذف 8-22، 9-22 حذف تست‌ها مهم

فصل 24: 4-24 تا 7-24: حذف 9-24 و 10-24 اهمیت کمتری دارد.

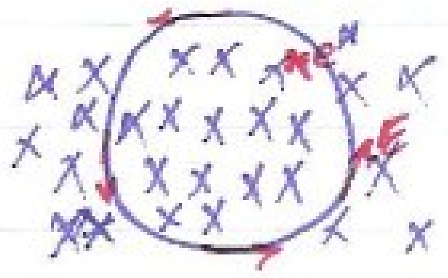
میدانهای متقاطع و اثر هال حرکت سیکلو

8-26 تا 12-26 (مباحث RL-انرژی در میدان B چگالی انرژی مغناطیسی) حذف

سوالات مهم: فصل 26: (الف) 92-90-82-79-78-42-39-35-33-27-25-24-18-15-11
100-102-104

میدان مغناطیسی — 25: 5، 6، 8، 9، 11، 12-15-20-22-23-24-28-31-33-41-47-45
58-60-64-65-71-72-77-81-83-85-87-88-89-93-
مرور — 24: 44-45-46-49-50-53-59-62-61-63-86-65-87-

انرژی و انتقال آن در پدیده ی القایی:



* میدانهای الکتریکی القایی:

$F = qE$ نیروی محرک

[ماکسول: با تغییر میدان B ← E القایی تولید می‌شود ← میدان الکترومغناطیسی (مسیر بسته)]

E القایی ⇐ باعث حرکت الکترونها می‌شود.

$$W = \oint \vec{F}_{\text{القایی}} \cdot dr = \oint E \cdot q \cdot dr$$

$$W = U = qV_{\text{القایی}} = q\mathcal{E}_{ind}$$

$$\Rightarrow q\mathcal{E}_{ind} = \oint q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \mathcal{E}_{ind} = \oint \vec{E} \cdot dr$$

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \nabla \wedge E = \frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \qquad \nabla \wedge B = 4\pi \frac{\partial E}{\partial t}$$

استوکس: $\oint A \cdot dl = \int \nabla \wedge \vec{A} \, d\vec{A}$

$$\mathcal{E}_{ind} = \oint E \cdot dr$$

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = \oint E \cdot dr \qquad BA\cos\theta$$

$$-\frac{dB}{dt} A = \oint E_{\text{القایی}} \cdot dr$$

99: محیط استوانه‌ای را در نظر بگیرید که میدان مغناطیسی با آهنگ $\frac{dB}{dt} = 0.13\ T/s$ تغییر می‌کند و شعاع استوانه $R = 8.5$ است.

1. میدان الکتریکی القایی را در $r = 5.2\ cm$

2. میدان الکتریکی القایی را در $r = 12.5$ بیابید.

$$-\frac{dB}{dt} A = \underbrace{\oint E \cdot dr}_{E(2\pi r)} \Rightarrow -0.13(\pi R^2) = E(2\pi r) \Rightarrow E = \frac{0.13 \times (8.5 \times 10^{-2})^2}{2(5.2 \times 10^{-2})} = 3.4 \times 10^{-3}\ V/m$$

خود القایی

خودالقایی = القاگرها - ضریب خودالقایی - القاییدگی:

← هر سیستمی که بتواند جریان القایی را در مدار تولید کند، القاگر گویند.

هر فضایی که B تغییر کند ← میدان E بوجود می‌آید.

ضریب خودالقایی: توان و قدرت تولید جریان القایی را با کمیتی بنام ضریب خودالقایی یا L تعریف می‌کنیم.

تعداد حلقه‌هایی که میدان در آن تغییر می‌کند.

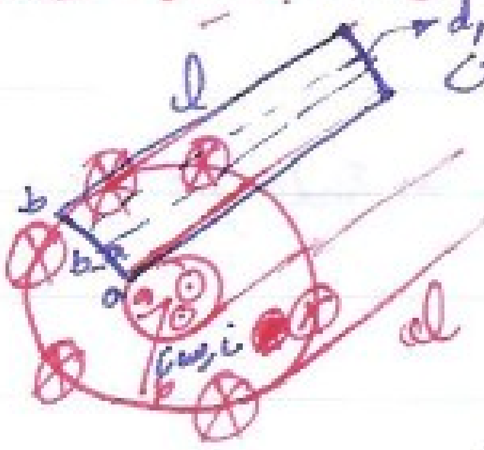
$$L = \frac{N\Phi}{I}\left(\frac{wb}{A}\right) = H \text{ هانری}$$

سیملوله ⟹

$$L = \frac{N\int B\,dA\cos\theta}{i} = \frac{NBA}{i} = \frac{N\mu_0 n i A}{i}$$

$$= N\mu_0\frac{N}{L}\cdot A = \mu_0\frac{N^2A}{L}$$ به مشخصات فیزیکی وابسته است.

eg: ضریب خودالقایی دو استوانه‌ی توخالی و هم محور به شعاع‌های a و b و طول l را حساب کنید بطوری که جریان از استوانه‌ی داخلی خارج و به استوانه‌ی خارجی برمی‌گردد.



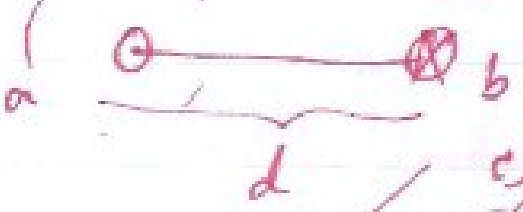
$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{\int B\,dA\cos\theta}{i} = \frac{\int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, l\,dr}{i} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\text{emf القایی} \quad \varepsilon_{ind} = -\frac{N\,d\Phi}{dt} = -\frac{N\,d}{dt}\left(\frac{Li}{N}\right) = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}$$

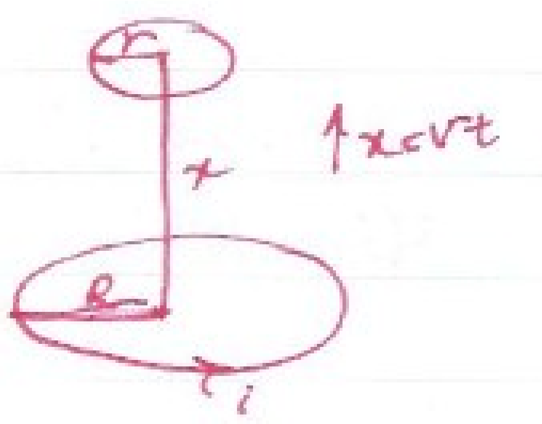
انباشت انرژی در پدیده القایی مهم است.

خودالقایش خنثی است.

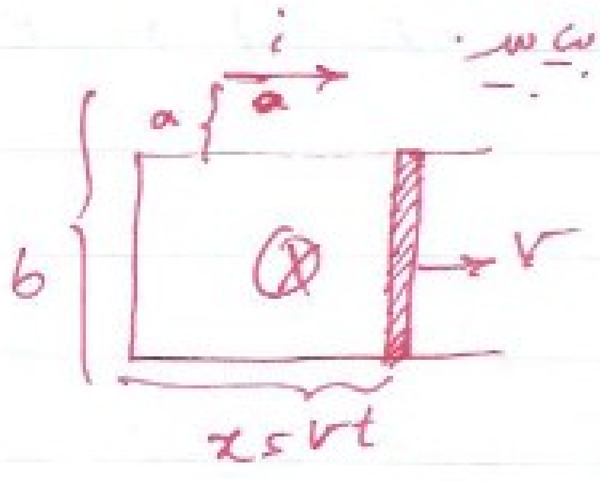
eg: دو سیم بلند و موازی که محورهایشان به فاصله d از هم قرار دارد حامل جریان‌های مساوی و مخالف هستند. نشان دهید ضریب خودالقایی برای طول L از این زوج سیم از رابطه زیر بدست می‌آید.



eg: شکل زیر دو حلقه سیم هم محور را نشان می‌دهد حلقه‌ی کوچکتر به شعاع r و حلقه بزرگتر به شعاع R است و دارای جریان i است اگر حلقه کوچکتر را با سرعت V از حلقه‌ی بزرگتر دور کنیم نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه‌ی کوچکتر در فاصله‌ی $x = NR$ بدست آورید.



eg: با توجه به شکل نیروی محرکه‌ی القایی را در حلقه بیابید.

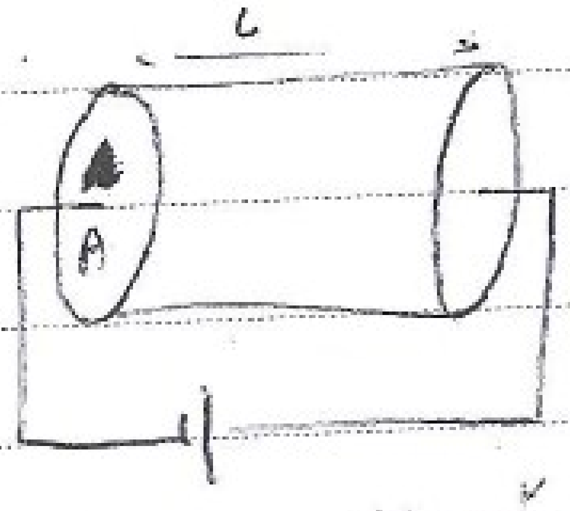


جریان و مقاومت

Subject:
Year.   Month.   Date.

$I = \frac{q}{t}$, $\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$, $I = \frac{dq}{dt}$

1A



شدت شارش بار $\Rightarrow q = Ne = nALe \Rightarrow \frac{q}{t} = nA\frac{L}{t}e$

$n = \frac{N}{V} = \frac{N}{AL}$

چگالی جریان

$\Rightarrow I = nAv_d e \Rightarrow \boxed{J = \frac{I}{A} = nv_d e} \Rightarrow J = nv_d e \Rightarrow \boxed{v_d = \frac{J}{ne}}$

سرعت سوق الکترون‌ها در سیم مسی به سطح مقطع $0.05\,cm^2$ و جریانی به شدت 10A را از آن می‌خواهیم به دست آوریم.

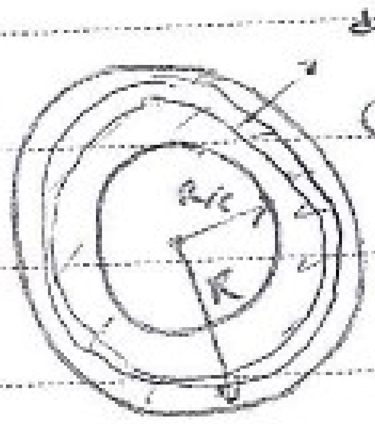
$\rho = 8.9\ \frac{gr}{cm^3}$, $N_A = 6.02 \times 10^{23}\ \frac{1}{mol}$, $M = 63.5\ \frac{gr}{mol}$

$J = \frac{I}{A} = \frac{10}{5 \times 10^{-2} \times 10^{-4}}$

$n = ?$ $\begin{matrix} M & N_A \\ m & N \end{matrix} \Rightarrow \frac{m/V}{M} = \frac{N/V}{N_A} \Rightarrow n = \frac{\rho N_A}{M} \Rightarrow v_d = 1.5 \times 10^{-4}\ \frac{m}{s}$

$\vec{J} = \frac{I}{A}$ $\vec{J} = \frac{dI}{dA} \Rightarrow dI = \vec{J} \cdot \vec{dS} \Rightarrow \boxed{I = \int \vec{J} \cdot \vec{dS}}$

مثال: فرض کنید چگالی جریان در درون یک سطح مقطع استوانه‌ای نشان داده شده در شکل $J = ar^2$ باشد. جریان عبوری از این سطح را به دست آورید.



$I = \int \vec{J} \cdot \vec{dS} = \int J\, dS = \int_{R/2}^{R} ar^2\, 2\pi r\, dr = 2\pi a \int r^3 dr$

$I = \frac{2\pi a}{4} r^4 \Big]_{R/2}^{R}$

dS را می‌توان در سیستم مختصات قطبی به صورت $r\,dr\,d\theta$ در نظر گرفت.

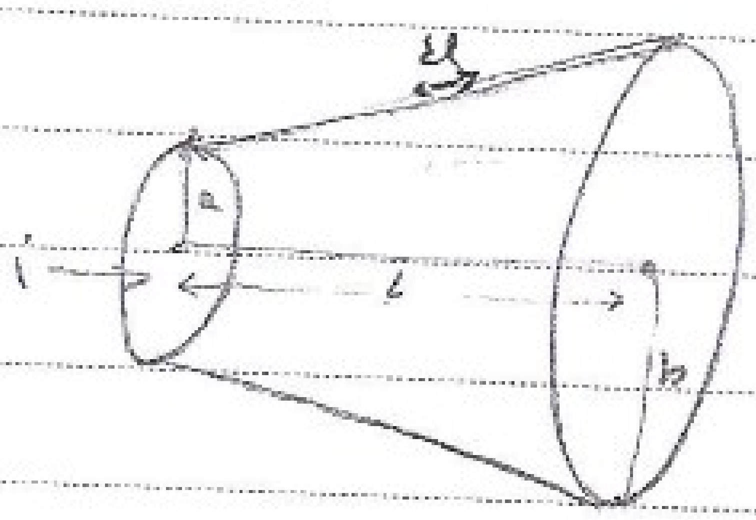
$\theta = 0$

$d\theta$

$$R = \frac{V}{I}$$

قانون اهم از دید ماکروسکوپیک

$$R = \frac{-\int \vec{E}\cdot\vec{dl}}{\int \vec{J}\cdot\vec{ds}} = \frac{El}{JA} \qquad \rho = \frac{E}{J} \qquad \sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{J}{E} \rightarrow \text{رسانایی}$$

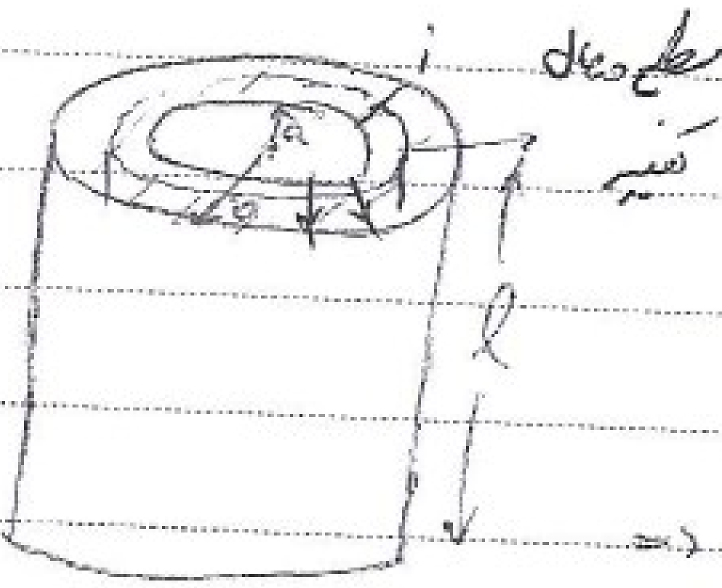


* حال اگر سطح مقطع تغییر یابد

$$R = \rho\frac{l}{A} \Rightarrow dR = \rho\frac{dl}{A}$$

$$\Rightarrow R = \int \rho\frac{dl}{A}$$

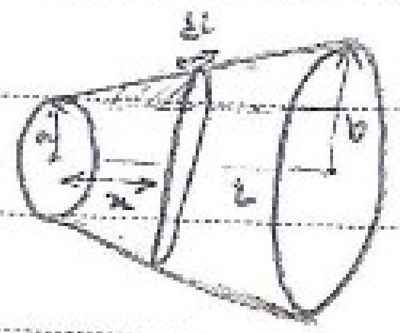
مثال: استوانه‌ای به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b در نظر بگیرید مقاومت ویژه آن ρ است. اگر جریان به صورت شعاعی از سطح داخلی به سطح خارجی حرکت کند مقاومت را بدست آورید



$$R = \int \rho\frac{dl}{A} \qquad \left(\begin{array}{l} dl = dr \\ A = 2\pi r l \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho}{2\pi l}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi l}\ln b/a$$

مثال: مقاومت مخروط ناقص به شعاع a و b و طول l در جهت محور آن را بدست آورید



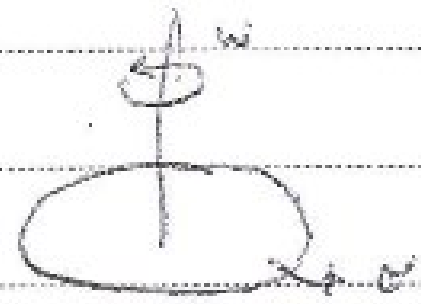
$$R = \int \rho\frac{dl}{A} = \int \rho\frac{dx}{\pi r^2}$$

$$\frac{x}{l} = \frac{r-a}{b-a} \qquad r-a = (b-a)\frac{x}{l} \qquad r = (b-a)\frac{x}{l} + a$$

$$x = l\,\frac{(r-a)}{b-a} \qquad dx = \frac{L}{b-a}\,dr$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نشان دهید یک قرص نارسانا به شعاع و چگالی بار سطحی که با سرعت زاویه‌ای ω حول محور تقارنی عمود بر صفحه آن می‌چرخد
شده جریان گذرنده از مقطع عمود بر قرص را بدست آورید



$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{It}{A} = \frac{I\frac{I}{\omega}}{A} \Rightarrow I = \frac{\sigma\omega\pi r^2}{T}$$

یا $$\sigma = \frac{J}{E} = \frac{J}{\frac{ma}{q}} = \frac{J}{m_e\frac{\omega}{qt}} = \frac{I^2 A}{m_e\omega}$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{m_e\omega\sigma}{A}} = \sqrt{\frac{m_e\omega\sigma}{\pi r^2}}$$

مدارها :

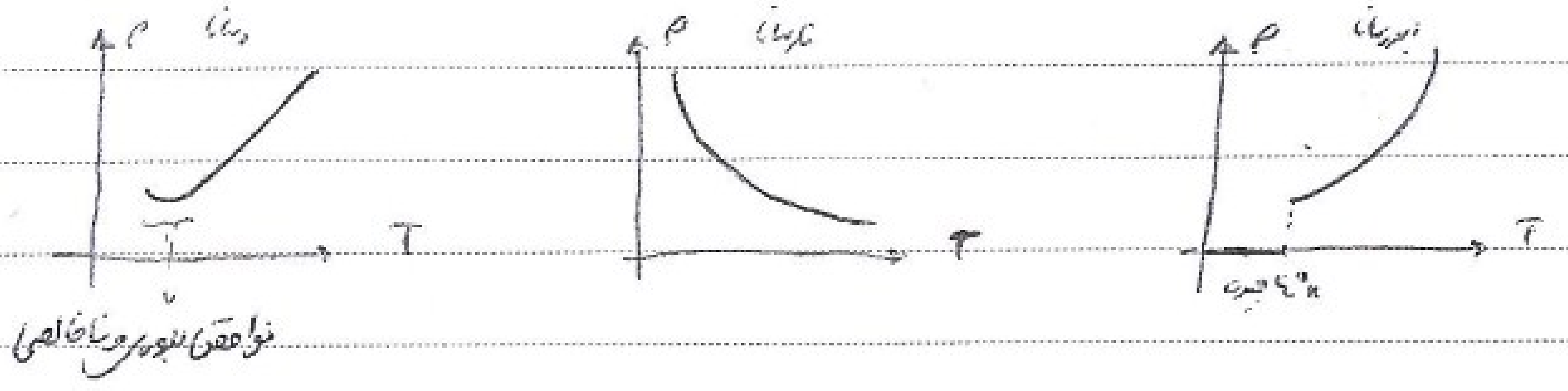
Subject:
Year. Month. Date. ( )

مثال : یک قرص نارسانا به شعاع R و چگالی بار سطحی σ با سرعت زاویه‌ای ω حول محور مکانی که از مرکز آن می‌گذرد می‌چرخد. شدت جریان گذرنده از صفحه عمود بر این محور را بدست آورید.

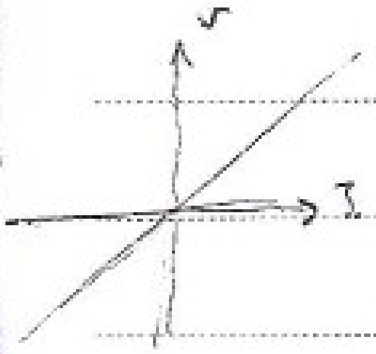
نحوه وابستگی دمایی مقاومت ویژه :

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \alpha (T - T_0)\right)$$

ضریب دمایی مقاومت ویژه



مدارها :



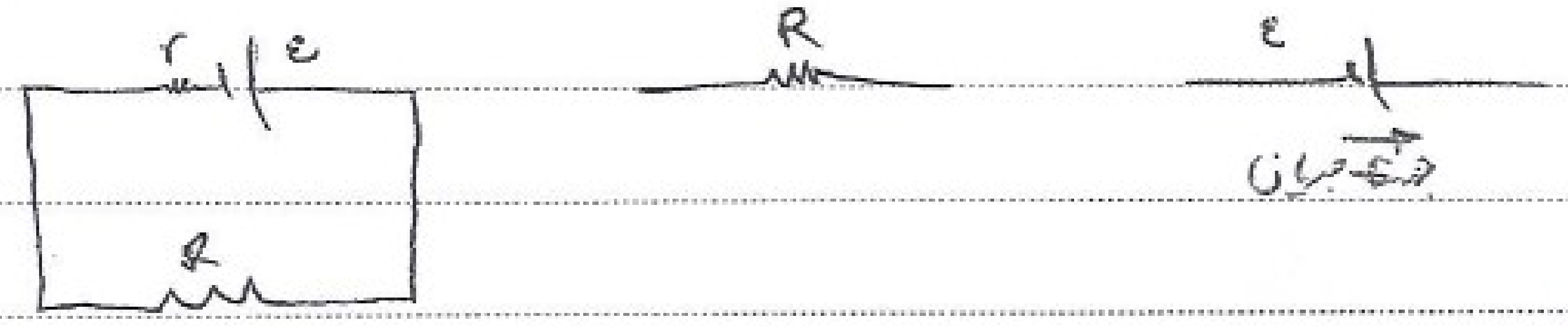
$\rho = \frac{E}{J}$ قانون میکروسکوپی :

$R = \frac{V}{I}$ قانون ماکروسکوپی :

مواد < اهمی / غیراهمی

نمادهای بکار برده شده در مدارها :

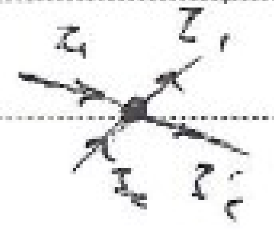
نیروی محرکه :



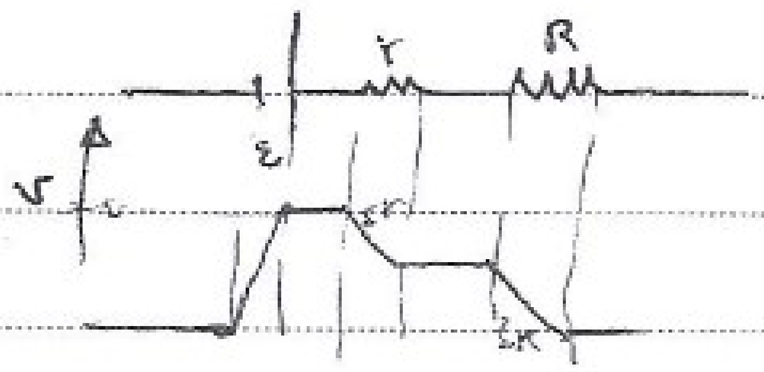
قوانین کیرشهف :

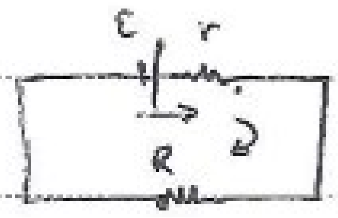
۱- قانون حلقه : $\sum V = 0$ در حلقه بسته (پایستگی انرژی)

۲- قانون گره : $\sum I = 0$ در یک گره (پایستگی بار)



$I_1 + I_2 - I'_1 - I'_2 = 0$





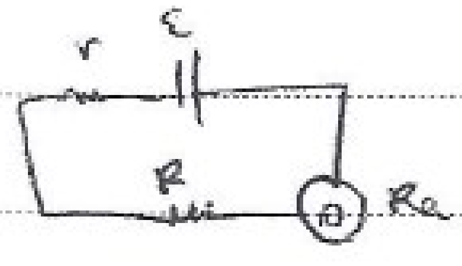
$\varepsilon - IR - Ir = 0 \Rightarrow \boxed{I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}}$

$dw = V\,dq$ → انرژی تحویلی از ε

$\Rightarrow dw = dw' \Rightarrow V\dfrac{dq}{dt} = rI^2dt + RI^2dt$

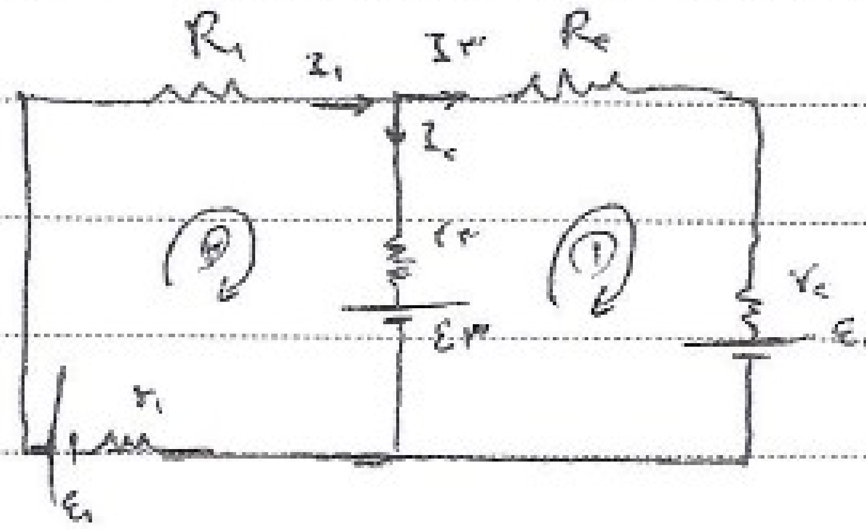
$dw' = RI^2dt + rI^2dt$ انرژی مصرفی توسط مقاومت ها $dq = Idt$

$\Rightarrow VI = rI^2 + RI^2 \Rightarrow V = rI + RI \Rightarrow I = \dfrac{\varepsilon}{r+R}$



با استفاده از قانون بالا در شکل زیر نشان دهید مقاومت داخلی آمپرسنج باید بسیار کم باشد

$\varepsilon - IR_a - IR - Ir = 0 \qquad I = \dfrac{\varepsilon}{R_a + R + r}$

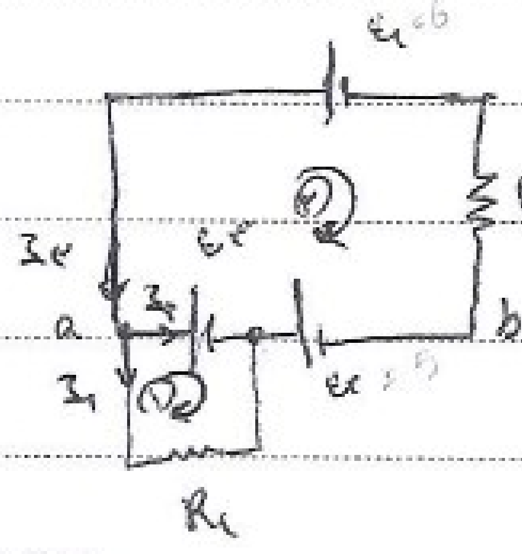


در مدار شکل زیر جریان هر شاخه را بدست آورید

$I_1 = I_2 + I_3$

(1) $-I_3R_2 - I_3r_2 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + I_2r_3 = 0$

(2) $-I_1r_1 + \varepsilon_1 - I_1R_1 - I_2r_3 - \varepsilon_3 = 0$



در مدار شکل زیر $V_a - V_b$ را بدست آورید

$\varepsilon_1 = 4$
$\varepsilon_2 = 5$
$\varepsilon_3 = 6$
$R_1 = 100$
$R_2 = 50$

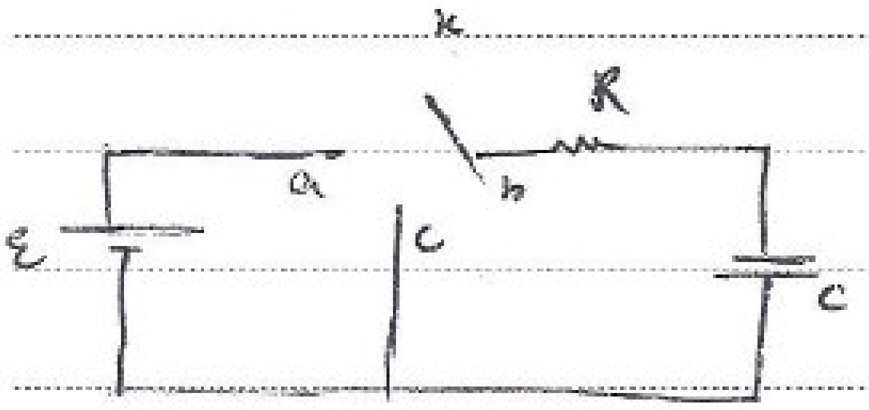
$I_3 = I_2 + I_1$

(1) $V_a - \varepsilon_3 + I_1R_1 = V_a \Rightarrow \varepsilon_3 = I_1R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{25}$

$\Rightarrow V_a - I_1R_1 - \varepsilon_2 = V_b \Rightarrow$

[illegible]: $V_a - \varepsilon r \; \cancel{IR} = V_b \Rightarrow V_a - V_b = \varepsilon + \alpha q$

مدارهای RC : مداری که در آن علاوه بر مقاومت خازن نیز داریم.



ثابت $C = \dfrac{q}{v}$ → تابعی از زمان
→ تابعی از زمان

شارژ: نقطه k به نقطه a وصل است.

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon - IR - \dfrac{q}{C} = 0 \\ I = \dfrac{dq}{dt}\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C}}$$

$$\Rightarrow R\frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{C} = 0 \Rightarrow q' = Ae^{\alpha t} \Rightarrow q = Ae^{\alpha t} + B$$

حال A، B را بدست می‌آوریم:

$$\frac{dq'}{dt} = A\alpha e^{\alpha t} \xrightarrow{\text{در معادله}} R(A\alpha e^{\alpha t}) + \frac{A}{C}e^{\alpha t} = 0$$

$$\Rightarrow R\alpha + \frac{1}{C} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-1}{RC} \Rightarrow q = Ae^{-\frac{t}{RC}} + B \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{-A}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \text{در معادله} \rightarrow R\left(-\frac{A}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}\right) + \cancel{\frac{A}{C}e^{-\frac{t}{RC}}} + \frac{B}{C} = \varepsilon$$

$$\Rightarrow \boxed{B = C\varepsilon}, \quad q = Ae^{-\frac{t}{RC}} + C\varepsilon \xrightarrow{\text{if } t=0} q(t) = 0 \Rightarrow Ae^{0} + C\varepsilon \Rightarrow A = -C\varepsilon$$

$$\Rightarrow \boxed{q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

$$\Rightarrow q_{max} = C\varepsilon$$

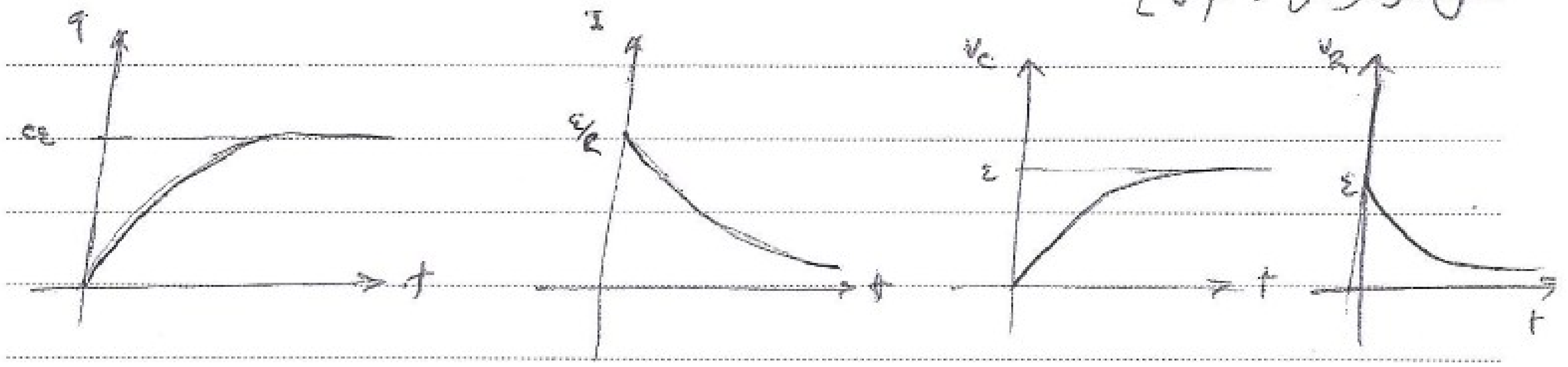
حال جریان را به صورت تابعی از زمان بدست می آوریم.

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{c\varepsilon}{Rc} e^{-\frac{t}{Rc}} \Rightarrow I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{Rc}}$$

$$V_c = \frac{q(t)}{c} \Rightarrow V_c = \varepsilon\left(1 - e^{-t/Rc}\right)$$

$$V_R = IR \Rightarrow V_R = \varepsilon e^{-t/Rc}$$

حال نمودارها را رسم می کنیم.



راه دوم بدست آوردن q ها و I ها بر مبنای انرژی

نیروی محرکه $dW = dW_1 + dW_2 \Rightarrow \varepsilon\, dq = RI^2 dt + \frac{q}{c}\, dq$

مقاومت   خازن

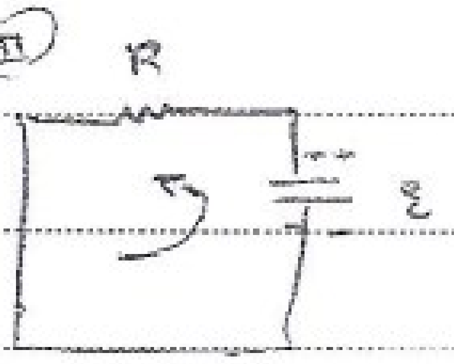
$\xrightarrow{\div dt} \varepsilon I = RI^2 + \frac{q}{c} I \Rightarrow \varepsilon = RI + \frac{q}{c} \Rightarrow \varepsilon - \frac{q}{c} = R\frac{dq}{dt}$

$\Rightarrow dt = \frac{R\, dq}{\varepsilon - q/c} \Rightarrow t = -\ln(q(t)) \Rightarrow e^{t} = q(t)$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

دشارژ

$-\frac{q}{c} - RI = 0 \Rightarrow \frac{q}{c} + R\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{Rc} = 0$ (II)



$\Rightarrow q = Ae^{\alpha t} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$ (I)

(I), (II) $\Rightarrow \alpha A e^{\alpha t} + \frac{Ae^{\alpha t}}{Rc} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-1}{Rc} \Rightarrow \boxed{q = Ae^{-t/Rc}}$

$\Rightarrow$ if $t = 0 \Rightarrow q = c\varepsilon \Rightarrow c\varepsilon = Ae^{0} \Rightarrow A = c\varepsilon \Rightarrow \boxed{q(t) = c\varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}}$

فرمول ها

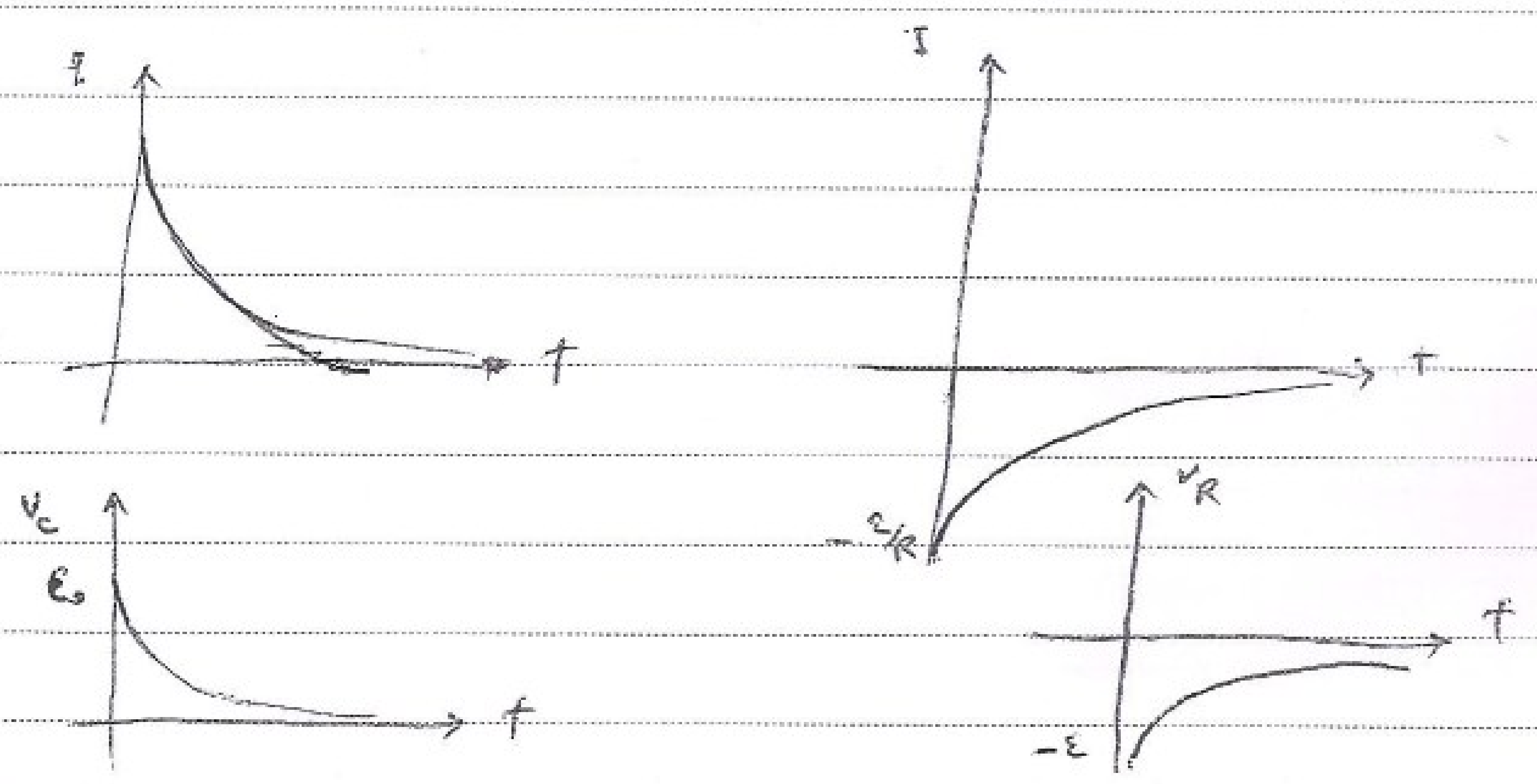
۱) $q(t) = c\varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}$

۲) $I(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-t/Rc}$

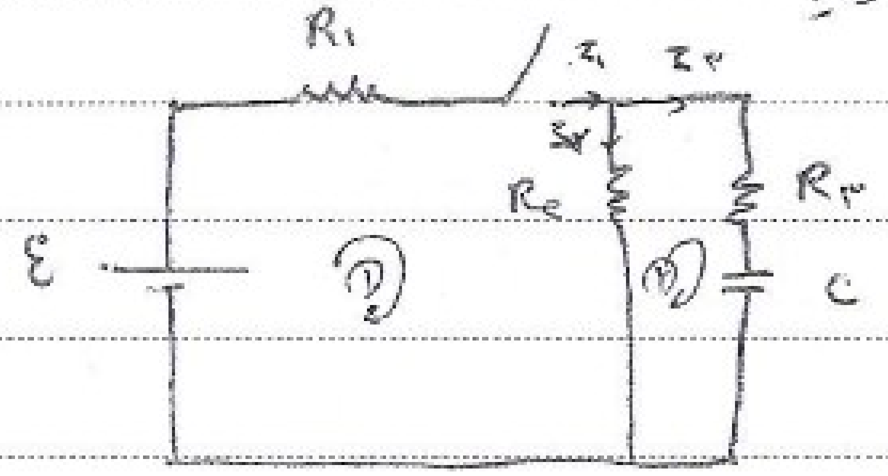
۳) $V_c = \varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}$

۴) $V_R = -\varepsilon e^{-\frac{t}{Rc}}$

نمودارها



مثال ۵: در شکل زیر بار خازن را به صورت تابعی از زمان بدست آورید.



$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$(1)\quad \varepsilon - I_1 R_1 - I_e R_e = 0$$

$$(2)\quad -I_3 R_3 - \frac{q}{C} + I_e R_e = 0$$

$$(1),(2)\quad \varepsilon - (I_2 + I_3) R_1 - I_e R_e = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_2 \times & \varepsilon - (R_1 + R_2) I_2 - I_3 R_1 = 0 \\ (R_1+R_e)\times & -I_3 R_3 - \frac{q}{C} + I_e R_2 = 0 \end{cases}$$

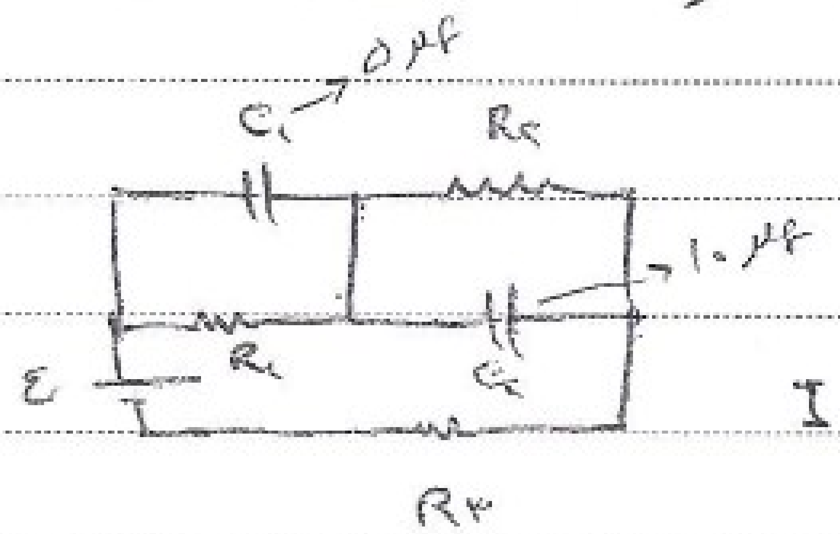
$$\Rightarrow R_2 \varepsilon - I_3 R_1 R_2 - I_3 R_3 (R_1 + R_e) - \frac{q}{C}(R_1 + R_e) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_2 \varepsilon - I_3 (\underbrace{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_e)}_{A}) - \frac{q}{C}\underbrace{(R_1 + R_e)}_{B} = 0$$

$$\Rightarrow A \frac{dq}{dt} + B \frac{q}{C} = R_2 \varepsilon$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

در شکل زیر $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 10\,\Omega$, $R_3 = 15\,\Omega$ می باشد. با فرض اینکه مدار در حالت پایا باشد انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن ها چقدر است؟



حالت پایا: خازن مانند کلید باز رفتار کرده است.

$$I = \frac{\varepsilon}{\Sigma R} = \frac{25}{30} = \frac{2}{3}$$

$$R_2 I_2 = V = \frac{2}{3} \times 10 = \frac{20}{3} \quad , \quad R_1 I_1 = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} C V_c^2 = \frac{1}{2} \times 5\,\mu \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 10\,\mu \times \left(\frac{20}{3}\right)^2 = V$$

مقاومت معادل:

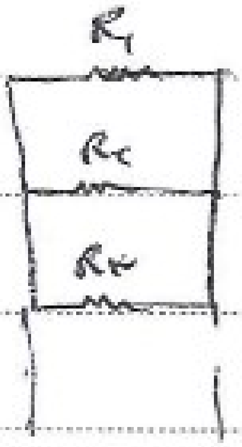
(متوالی)

$V_T = V_1 + V_2 + \dots$

$I_T = I_1 = I_2 = \dots$

$R_T = R_1 + R_2 + \dots$

(موازی)



$V_T = V_1 = V_2 = \dots$

$I_T = I_1 + I_2 + \dots$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

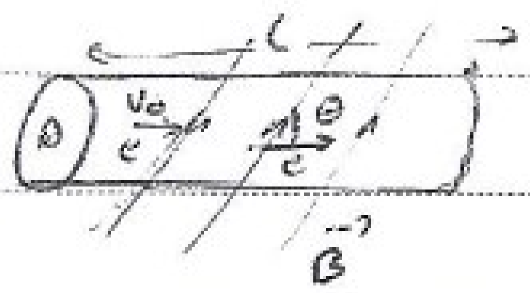
اثرات میدان مغناطیسی:

نیروی که به یک ذره در میدان الکترومغناطیسی وارد می شود را نیروی لورنتس گویند.

$$F = q\,\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

$$\text{if } \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

محاسبه نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان:



$$|\vec{F}| = N e V_d B \sin\theta$$

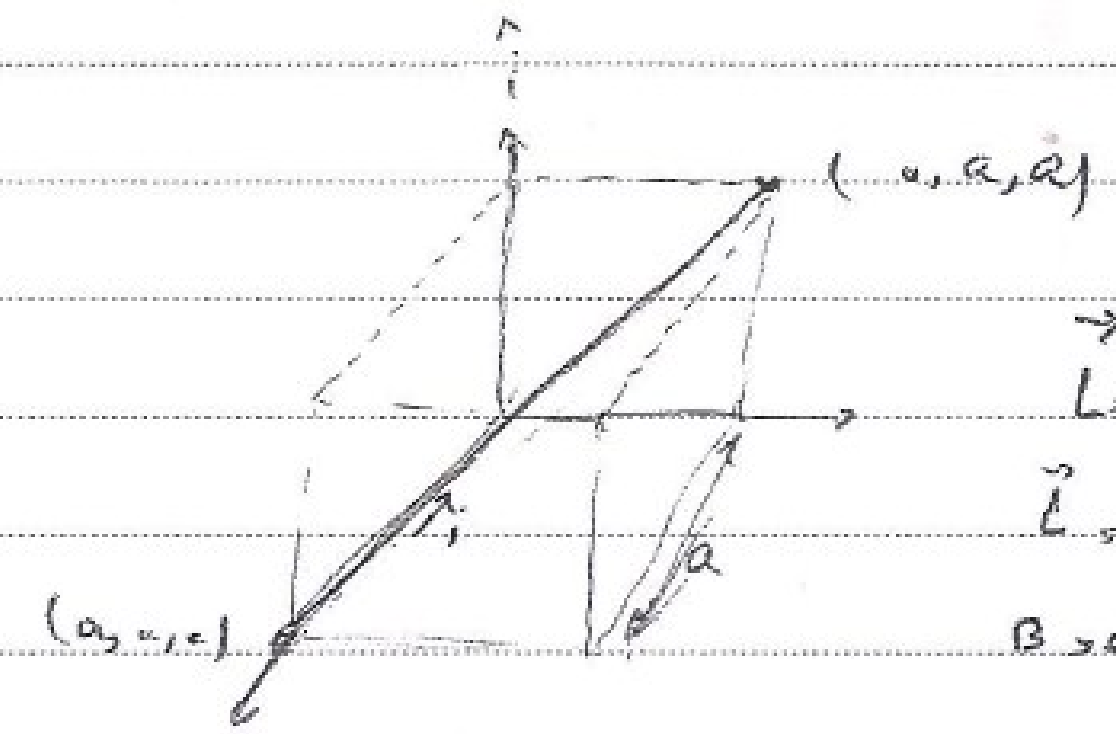
$$|\vec{F}| = N e V_d B \sin\theta$$

$v_d = \frac{J}{ne}$; $n = \frac{N}{\text{حجم } V} = \frac{N}{AL} \Rightarrow |\vec F| = nAL \times e \times \frac{J}{ne} B\sin\theta = \boxed{ILB\sin\theta = I\vec L\times\vec B}$

۱) سیم یکنواخت نباشد ۲) میدان یکنواخت نباشد این فرمول صحیح نیست چون :

$d\vec F = I\, d\vec l \times \vec B \Rightarrow \vec F = \int I\, d\vec l \times \vec B$

نیروی وارد بر سیم مستقیمی که به شکل زیر در یک مکعب فرضی به ضلع a قرار گرفته است و جریان I=1A از آن می‌گذرد براثر میدان یکنواخت $B=0.04\hat j$ چقدر است؟



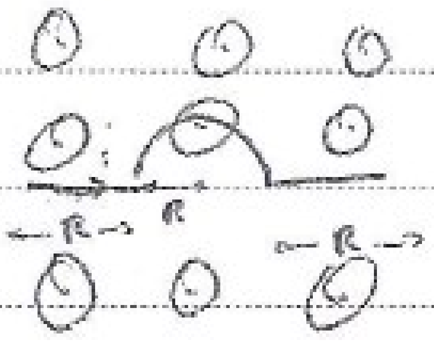
$F = I\, \vec L\times\vec B$

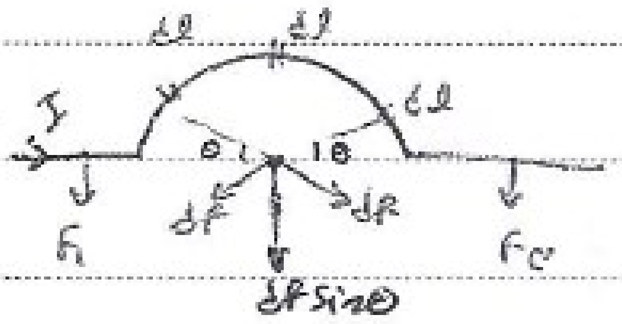
$\vec L = (-a, a, a)$

$\vec L = -a\hat i + a\hat j + a\hat k \Rightarrow I\begin{vmatrix} i & j & k \\ -a & a & a \\ 0 & 0.04 & 0 \end{vmatrix} = -4a\hat i - 4a\hat k$

$B = 0.04\hat j$

نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان به شکل زیر واقع در میدان مغناطیسی یکنواخت را بیابید.





$|F_1| = IRB \to \vec F_1 = -IRB\hat j$

$|F_3| = IRB \to \vec F_3 = -IRB\hat j$

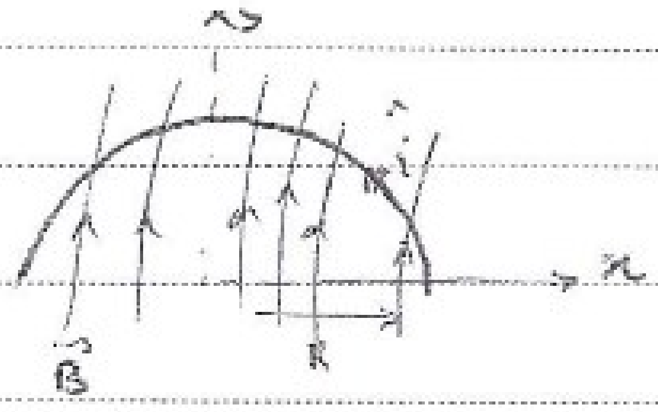
$\vec F_2 = \int I\, d\vec l \times \vec B = -\int dF \sin\theta\, \hat j$

$d\vec F = I\, d\vec l \times \vec B \Rightarrow |dF| = I\, dl\, B\sin\theta'$ ($\theta' = \frac{\pi}{2}$, $dl = R\, d\theta$ $\quad dF = IRB\, d\theta$)

$\Rightarrow \vec F = -\int_0^{\pi} IRB\sin\theta\, d\theta\, \hat j = IRB\int_0^{\pi} -\sin\theta\, d\theta\, \hat j = -2IRB\hat j$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نیروی وارد بر سیم مشخص شده در شکل زیر را از طرف میدان مغناطیسی نشان داده شده بدست آورید

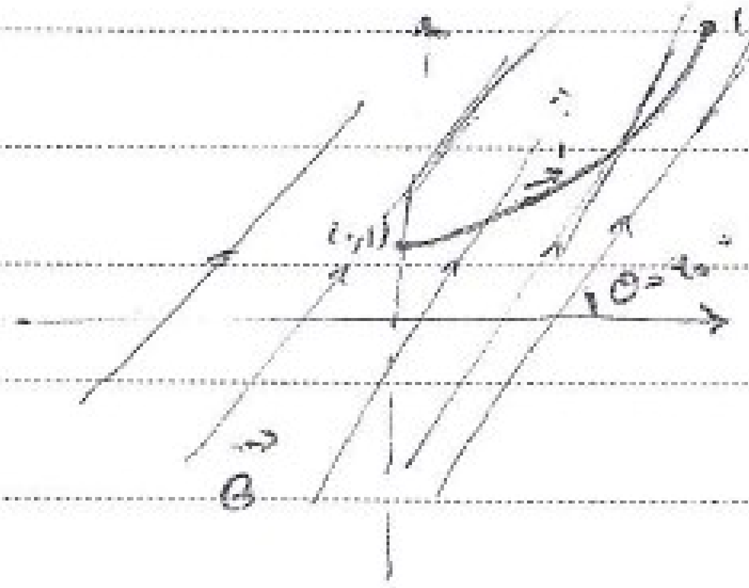


$$F = \int dF = \left(IRB \int_0^{\pi} -\sin\theta\, d\theta\right)\hat{k} = -2IRB\,\hat{k}$$

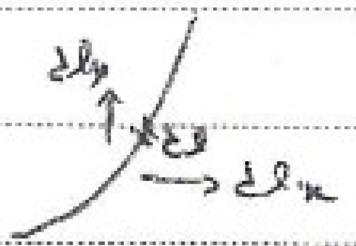
$$\left.\begin{array}{l} \vec{dF} = I\,\vec{dl} \times \vec{B} \\ \vec{dl} = (R\,d\theta)\,\hat{\theta} \\ \vec{B} = B\,\hat{j} \end{array}\right\} \quad dF = (IR\,d\theta\,B)\,\hat{\theta} \times \hat{j} = IRB\,d\theta\,(-\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j}) \times \hat{j}$$

$$= -(IRB\sin\theta\, d\theta)\,\hat{k}$$

در شکل زیر نیروی وارد بر سیم حامل جریان را بدست آورید



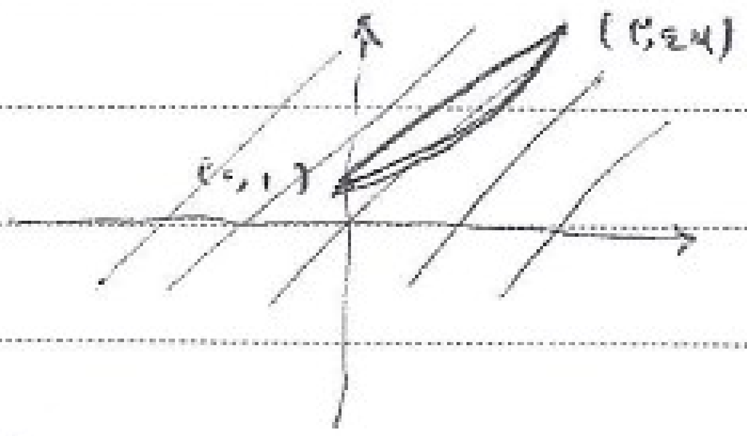
$y = 5x^2 + 1$



$$\vec{dl} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$$
$$\vec{B} = B\cos 60\,\hat{i} + B\sin 60\,\hat{j}$$

$$F = I\int \underbrace{\vec{dl} \times \vec{B}}_{(1)} = \frac{IB}{2}\int_0^2 (\sqrt{3}\,dx - 10x\,dx)\,\hat{k} = \frac{IB}{2}(2\sqrt{3} - 20)\,\hat{k}$$

$$(1) \Rightarrow dl \times B = B\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ dx & dy & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{vmatrix} = \hat{k}B\left(dx\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}dy\right) = \hat{k}\left(\frac{B}{2}\right)(\sqrt{3}\,dx - 10x\,dx)$$



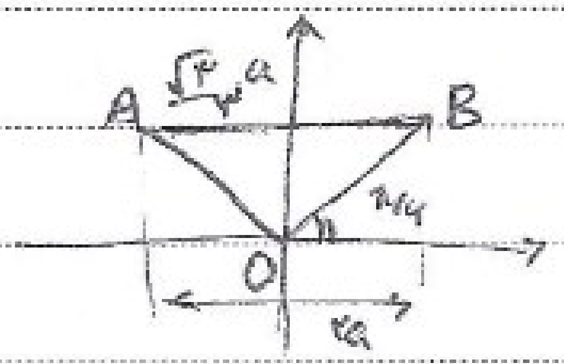
فرض می کنیم منحنی وجود ندارد و نیروی وارد بر خط را از طریق نیروی

وارد بر سیم راست حساب می کنیم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

$$\begin{cases} \vec F = I\,\vec L \times \vec B \\ \vec L = \text{تفاضل انتها و ابتدا} = 3\hat i + 45\hat j \\ \vec B = B\cos 60^\circ\,\hat i + B\sin 60^\circ\,\hat j \end{cases} \Rightarrow F = I\begin{vmatrix} \hat i & \hat j & \hat k \\ 3 & 45 & 0 \\ \frac{B}{2} & \frac{\sqrt3 B}{2} & 0 \end{vmatrix} = \frac{IB}{2}\left(3\sqrt3 - 45\right)\hat k$$

یک میدان غیر یکنواخت $\vec B = y\hat i + x\hat j$ در صفحه xy مفروض است. اگر مثلث OAB واقع در صفحه xy حامل جریان I مطابق شکل باشد نیروهای وارد بر هر یک از اضلاع مثلث در این میدان را بدست آورید.



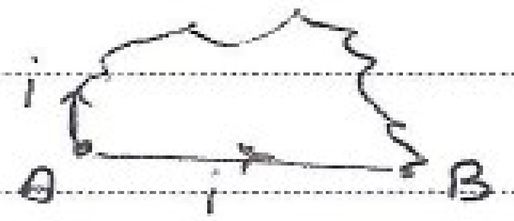
$$d\vec F = i\,d\vec l \times \vec B$$

$$d\vec l = dx\,\hat i + dy\,\hat j \Rightarrow d\vec l \times \vec B = \begin{vmatrix} \hat i & \hat j & \hat k \\ dx & dy & 0 \\ y & x & 0 \end{vmatrix} = x\,dx - y\,dy$$

$$\Rightarrow F_{OB} = I\left[\int_0^a x\,dx - \int_0^{\frac{\sqrt3}{2}a} y\,dy\right]$$

$$F_{AB} = I\left[\int_{-a}^{a} x\,dx - \int_0^{\frac{\sqrt3}{2}a} y\,dy\right] \Rightarrow F_{Total} = F_{OB} + F_{OA} + F_{BA} = 0$$

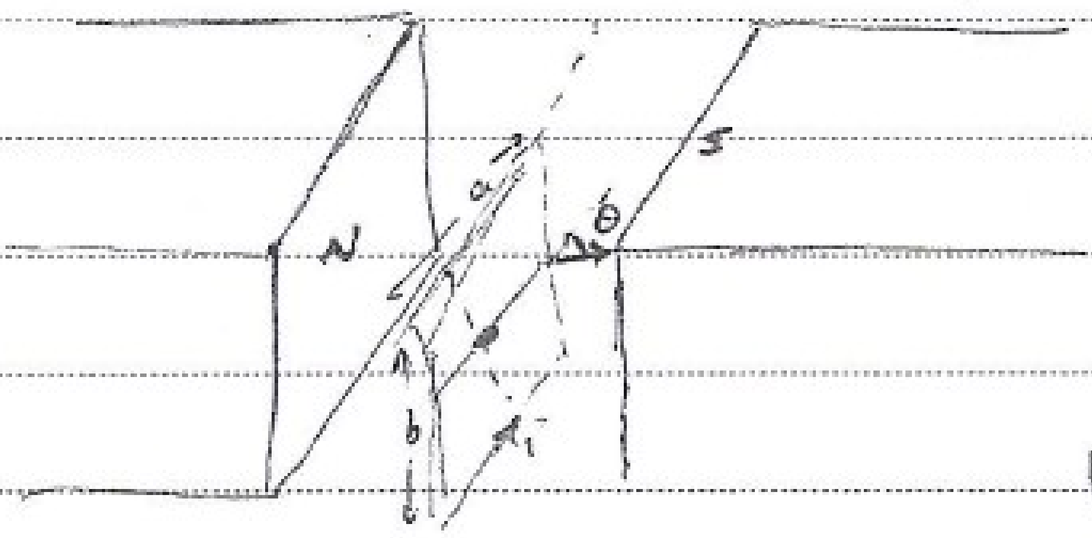
$$F_{OA} = I\left[\int_{-a}^{0} x\,dx - \int_{\frac{\sqrt3}{2}a}^{0} y\,dy\right]$$



اگر میدان مغناطیسی یکنواخت داشته باشیم می توانیم:

می توانیم منحنی را برابر بگیریم و نقطه ابتدا را به آخر وصل کنیم

- گشتاور نیروی وارد بر حلقه:



$$F = I\,\vec L \times \vec B$$

$$|\vec F_1| = i\,b \times B \times \sin\theta$$

$$|\vec F_2| = i\,b\,B\sin\theta$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

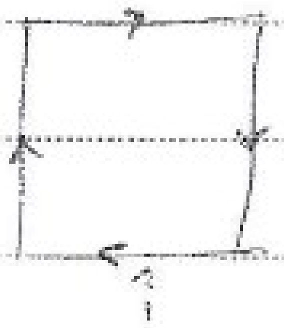
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \rightarrow |\tau_1| = \frac{a}{2} i b B \sin\theta$

$\rightarrow |\tau_2| = \frac{a}{2} i b B \sin\theta$

$\vec{\tau}_{tot} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 \Rightarrow \tau_{tot} = \tau_1 + \tau_2 = \frac{a}{2} i b B \sin\theta + \frac{a}{2} i b B \sin\theta = i \underbrace{ab}_{A} B \sin\theta$

گشتاور مغناطیسی

$\Rightarrow \boxed{\vec{\mu} = N i A \hat{n}}$ پیدا کردن جهت $\hat{n}$: ۴ انگشت در جهت جریان شست جهت $\hat{n}$ است



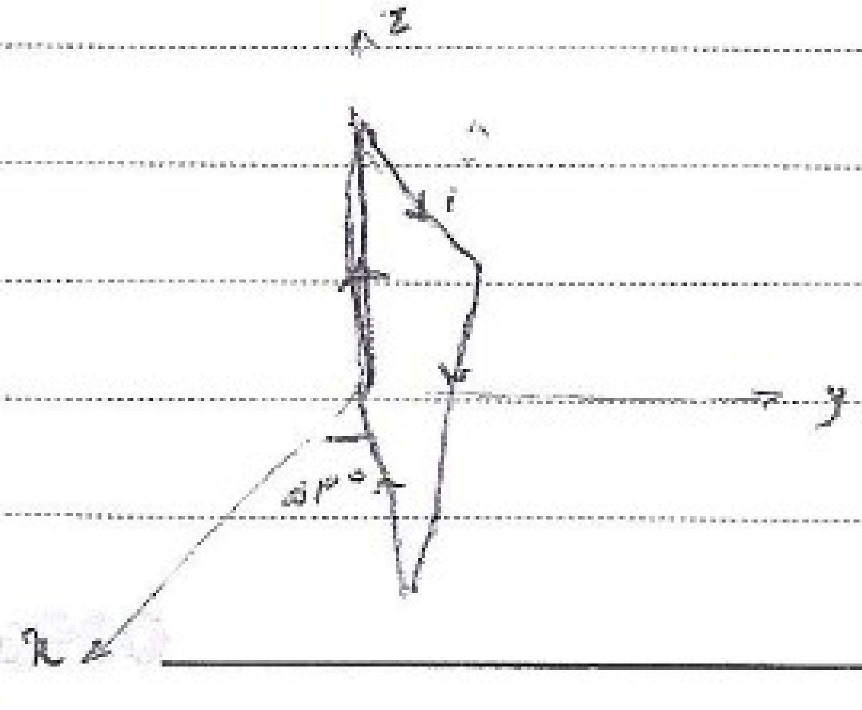
۴ انگشت را طوری قرار می‌دهیم که اگر ۴ انگشت را خم کنیم جهت جریان را در بر بگیرد

گشتاور نیروی وارد بر حلقه

$\Rightarrow \tau_{tot} = \mu B \sin\theta \Rightarrow \vec{\tau}_{tot} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

در میدان الکتریکی	$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$	
در میدان مغناطیسی		$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

حلقه‌ای مربع شکل به ضلع ۱۰cm و ۲۰ دور سیم پیچ و جریان ۵ آمپر از آن می‌گذرد. راستای عمود بر سطح حلقه با میدان یکنواخت $B = 0.5\hat{j}$ مطابق شکل زاویه می‌سازد. الف - گشتاور در میدان مغناطیسی. ب - گشتاور نیروی وارد بر حلقه. ج - کار لازم برای اینکه حلقه از وضعیتی با انرژی کمینه به وضعیت فعلی گردانده شود کدام است؟



الف) $\vec{\mu} = N i A \hat{n} = 20 \times 5 \times (0.8\hat{i} + 0.6\hat{j})$

$\hat{n} = -\cos 37^\circ \hat{i} + \sin 37^\circ \hat{j}$

$\hat{n}$ در صفحه (xy) است و 37° درجه زاویه می‌سازد

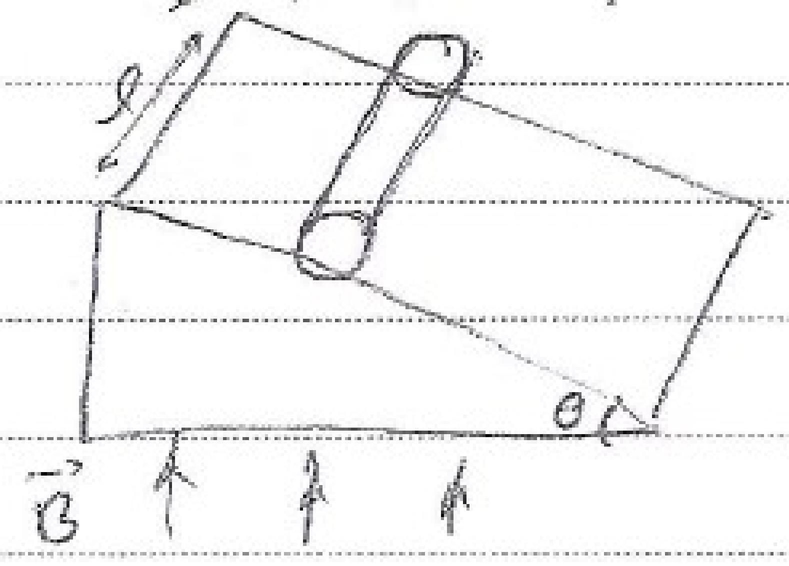
Subject:

Year. Month. Date.

ب) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = (-0.28\hat{i} + 0.49\hat{j}) \times (0.5\hat{j}) = -0.14\hat{k}$

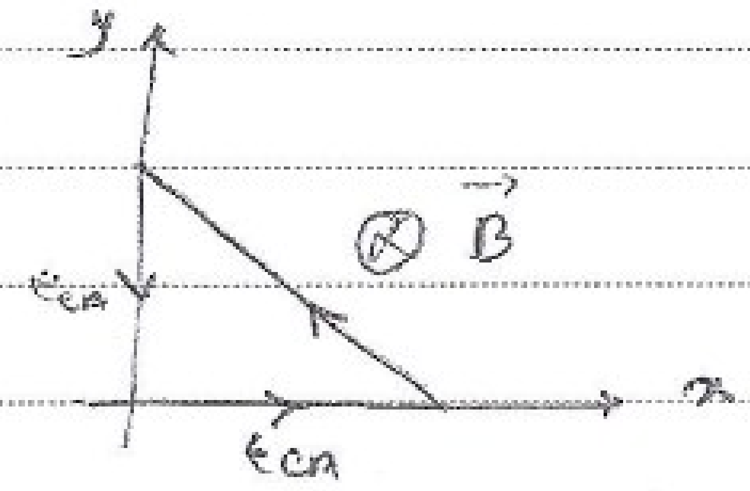
ج) $W = \Delta U = U_{max} - U_{min} = \underbrace{-\vec{\mu}\cdot\vec{B}}_{\mu B\cos\theta} - (-\mu B\cos\theta)$

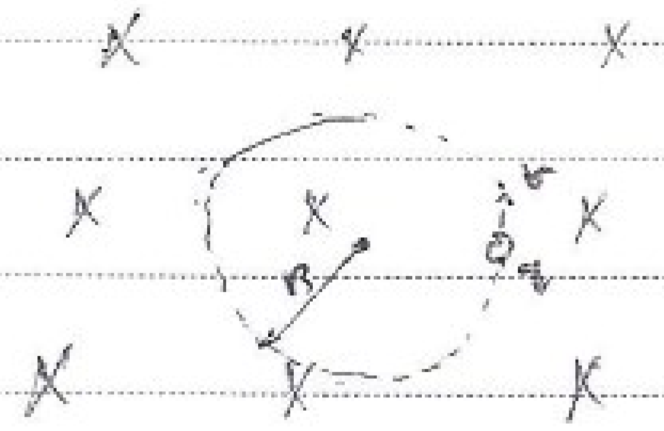
مثال: مقدار جریان چقدر باشد تا استوانه روی سطح شیبدار ثابت باشد. جهت جریان را نیز تعیین کنید.



مثال: از یک حلقه که در آن شدت جریان ۵A به شکل مثلث قائم‌الزاویه در یک میدان مغناطیسی چنین که $B = 8mT$

چه گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چه گشتاور نیروی مغناطیسی بر آن وارد می‌آید



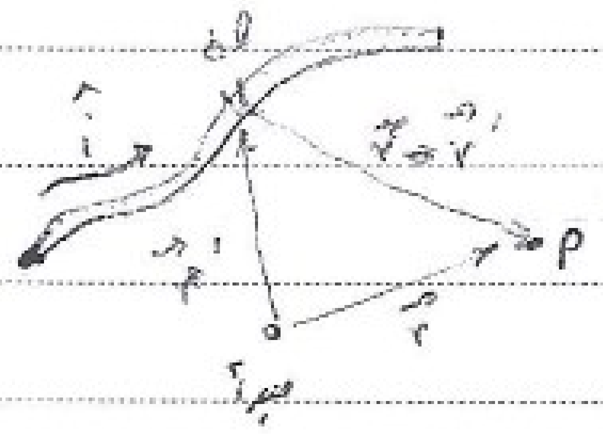


$$\left\{ F = q\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow |\vec{F}| = qvB\sin\theta \qquad F = ma = m\frac{v^2}{R} \right.$$

$$qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{v}\times\frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad \boxed{\nu = f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}}$$

قانون بیو ساوار :



$$B = \int d\vec{B}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} \qquad \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$$

واحد B :

$$F = qvB\sin\theta \qquad [F] = [q][v][B][\sin\theta]$$

$$N = C\ \frac{m}{s}\ [B] \qquad 1 \Rightarrow [B] = \frac{N}{A.m} = T$$

$$* \ 1\,T = 10^4\ G$$

مثال : میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم حامل جریان i به طول ∞ را در فاصله x از آن سیم بدست آورید.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

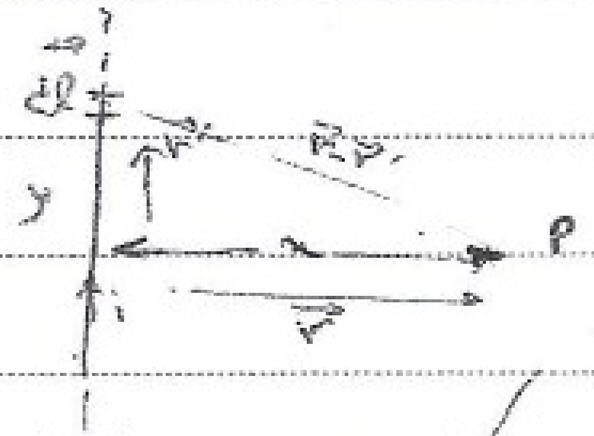
قانون بیو ساوار :

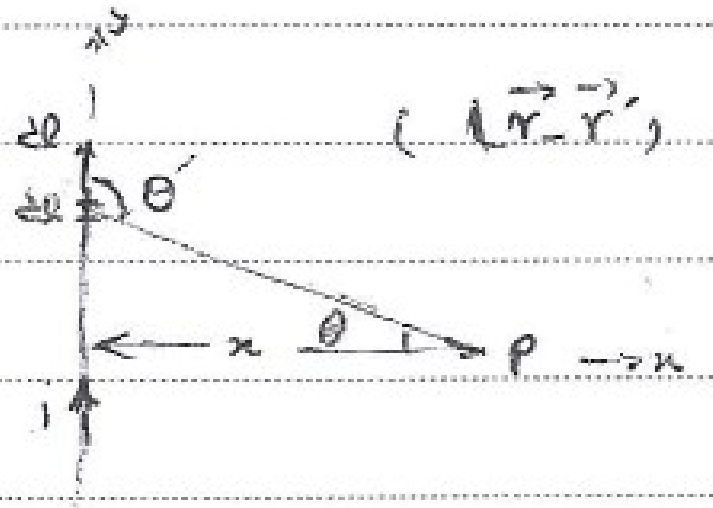
$$\vec{r} = x\hat{i}\ , \quad \vec{r}' = y\hat{j}\ , \quad \vec{r}-\vec{r}' = x\hat{i}-y\hat{j}\ , \quad |\vec{r}-\vec{r}'| = (x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}\ , \quad d\vec{l} = dy\,\hat{j}$$

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dy\,\hat{j}\times(x\hat{i}-y\hat{j})}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{k} \qquad \left(\tan\theta = \frac{y}{x}\ , \quad dy = x(1+\tan^2\theta)\,d\theta \right) \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2(1+\tan^2\theta)\,d\theta}{(x^2+x^2\tan^2\theta)^{3/2}} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi x}\,\hat{k}$$



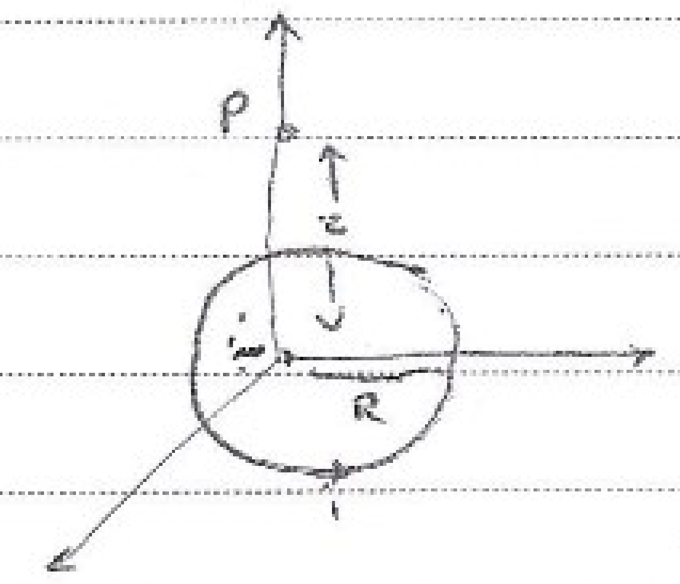


روش اسکالر میدان در نقطه P چنین است . و θ' زاویه بین dl و $(\vec{r}-\vec{r}')$

$$B = -\int dB\,\hat{k} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\int \frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}\,\hat{k}$$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{|r-r'|^2}\underbrace{\sin\theta'}_{\sin(\frac{\pi}{2}+\theta)} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl\cos\theta}{|r-r'|^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

میدان الکترومغناطیسی حاصل از حلقه جریان شکل زیر را در فاصله Z از مرکز حلقه بدست آورید:



روش برداری

$$\vec{dl} = R\,d\theta\,\hat{\theta}$$

$$\vec{dl} = R\,d\theta\,(-\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j})$$

$$\vec{r} = z\hat{k}$$

$$\vec{r}' = R\hat{r} = R(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j})$$

$$\vec{r}-\vec{r}' = z\hat{k} - R\cos\theta\,\hat{i} - R\sin\theta\,\hat{j}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}'| = (z^2+R^2)^{1/2}$$

$$\vec{dl}\times(\vec{r}-\vec{r}') = R\,d\theta\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ -R\cos\theta & -R\sin\theta & z\end{vmatrix} = R\,d\theta\,(z\cos\theta\,\hat{i} + z\sin\theta\,\hat{j} + R\hat{k})$$

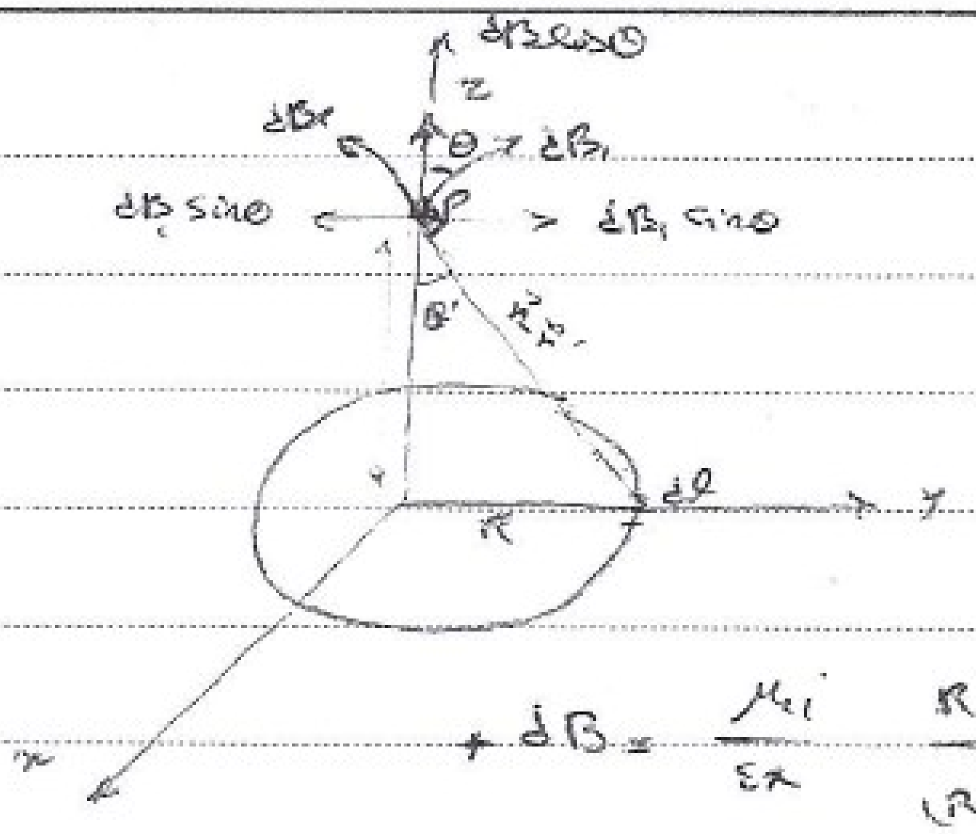
$$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{(Rz\cos\theta\,\hat{i} + Rz\sin\theta\,\hat{j} + R^2\hat{k})\,d\theta}{(z^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{R^2\,d\theta}{(z^2+R^2)^{3/2}}\,\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2\, 2\pi}{4\pi(z^2+R^2)^{3/2}}\,\hat{k}$$

$$\text{if } z=0 \longrightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i R^2\times 2\pi}{4\pi R^3}\,\hat{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\times\frac{2\pi}{R}\,\hat{k} \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\times\frac{\varphi}{R}\,\hat{k}}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

روش استاندارد:



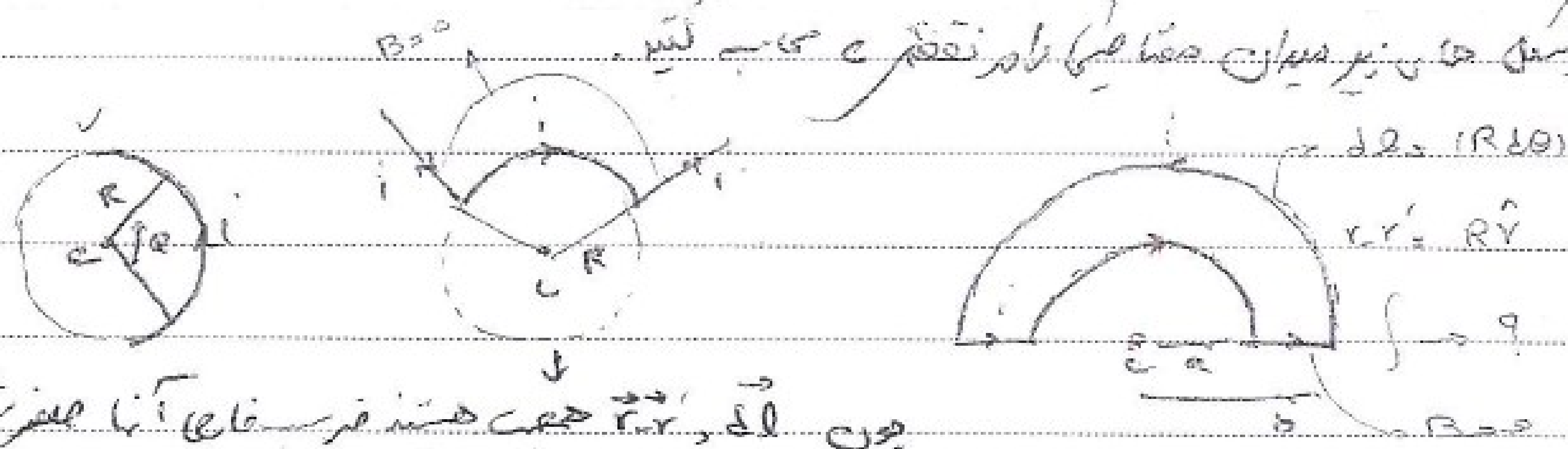
$\theta = \frac{\pi}{2} - \theta'$

$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{dl}{|r-r'|^2} \sin\theta$

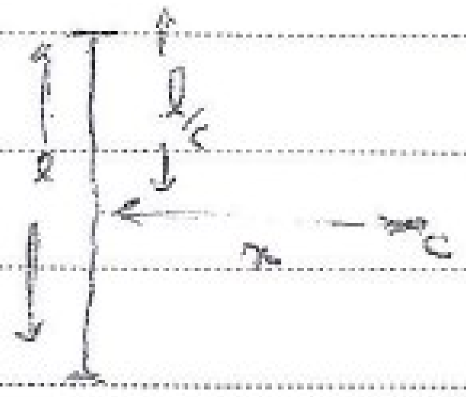
$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R\,d\theta}{(R^2+z^2)} \hat{k}$ $\quad B = \int dB \cos\theta$

$\vec{B} = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{R\,d\theta}{z^2+R^2} \underbrace{\cos\theta}_{=\sin\theta'} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\theta\, \hat{k}$

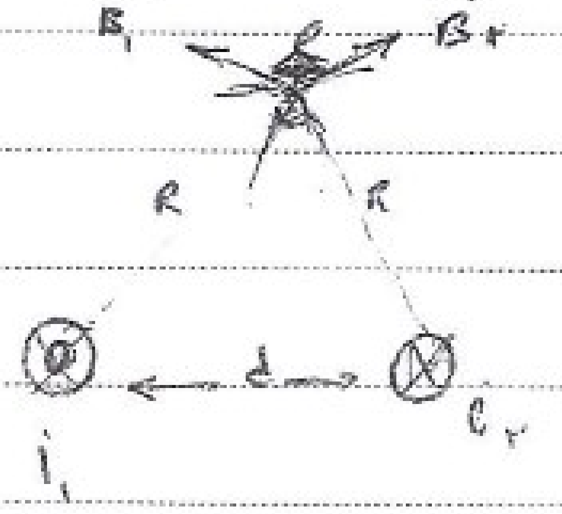
مثال: در شکل های زیر میدان مغناطیسی را در نقطه c حساب کنید.



چون $d\vec{l}$ و $\vec{r}-\vec{r'}$ هم جهت هستند ضرب خارجی آنها صفر شده
پس میدان حاصل از عبور از مرکز



مثال: دو سیم موازی حامل جریان های i_1 و i_2 در خلاف جهت یکدیگر هستند میدان مغناطیسی در نقطه P کدام است



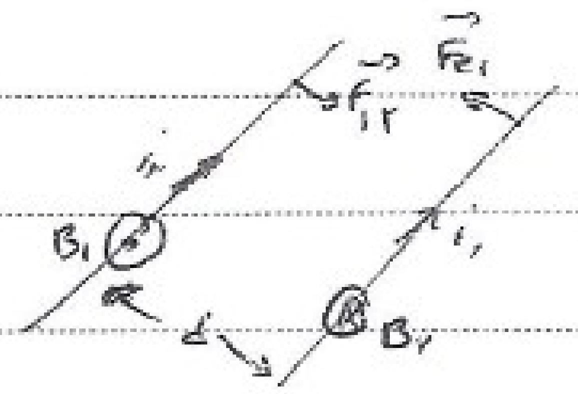
$|A+B| = \sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$

$\Rightarrow B_{tot} = \sqrt{B_1^2+B_2^2}$

$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R}$ $\quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R}$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

نیروی بین دو سیم موازی



$$F_{12} = i_2 L B_1 \sin\theta$$
$$= i_2 l \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$
$$\Rightarrow F_{12} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 l}{2\pi d}$$

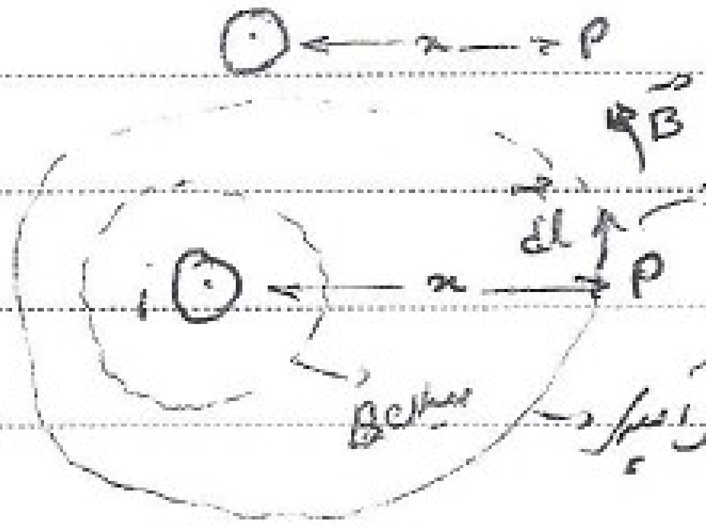
ـ قانون آمپر: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{in}$ ← جریان داخل حلقه $i_{in} = \int \vec{J}\cdot d\vec{s}$

۱ـ $d\vec{l}$: جهتی از حلقه‌ی آمپری که زاویه‌ی بین dl و B برابر صفر و میدان نسبت به dl یکنواخت باشد

۲ـ حتماً حلقه‌ی آمپری باید از نقطه‌ی خواسته شده بگذرد

۳ـ جریان داخل حلقه‌ی آمپری

مثال: میدان مغناطیسی یک سیم حامل جریان به طول بی‌نهایت را در فاصله x از این سیم به دست آورید.



جهت جهتی دلخواه است

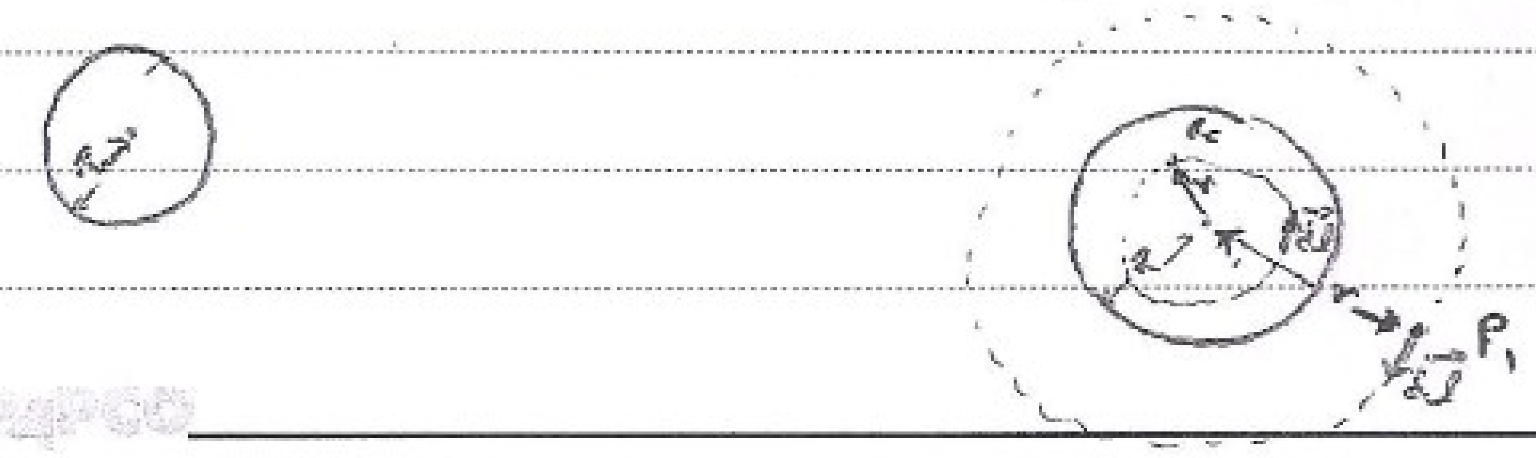
$$\oint \underbrace{\vec{B}\cdot d\vec{l}}_{\theta=0} = \mu_0 i_{in} \Rightarrow \oint B\,dl = \mu_0 i_{in}$$

حلقه آمپری

$$\Rightarrow B \underbrace{\oint dl}_{\text{محیط حلقه آمپری}} = B \times 2\pi x = \mu_0 i \Rightarrow B = \mu_0 \frac{i}{2\pi x}$$

تعیین علامت i: با ۴ انگشت در جهت dl شست جهت i علامت مثبت در خلاف جهت منفی

مثال: میدان مغناطیسی سیم است و حامل جریان i را برای نواحی $r<R$ و $r>R$ به دست آورید.



Subject:
Year.　Month.　Date.　( )

$P_1: r > R \Rightarrow \oint_{\theta=180} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i_{in} \Rightarrow -B\oint dl = \mu_0 i_{in} \Rightarrow -B\times 2\pi r = -\mu_0 i$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$P_2: r < R \Rightarrow \oint_{\theta=0} \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 i'_{in} \Rightarrow B\times 2\pi r = \mu_0 i' \quad *$

$i' = \int \vec{J}\cdot\vec{ds}$ if $J =$ constant $\Rightarrow i' = J\times S$

$i' = J\times S = J\pi r^2 \overset{*}{\Rightarrow} B\times 2\pi r = \mu_0 J\pi r^2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 J r}{2}$

$\Rightarrow$ چون J ثابت $\Rightarrow J = \frac{i}{\pi R^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$

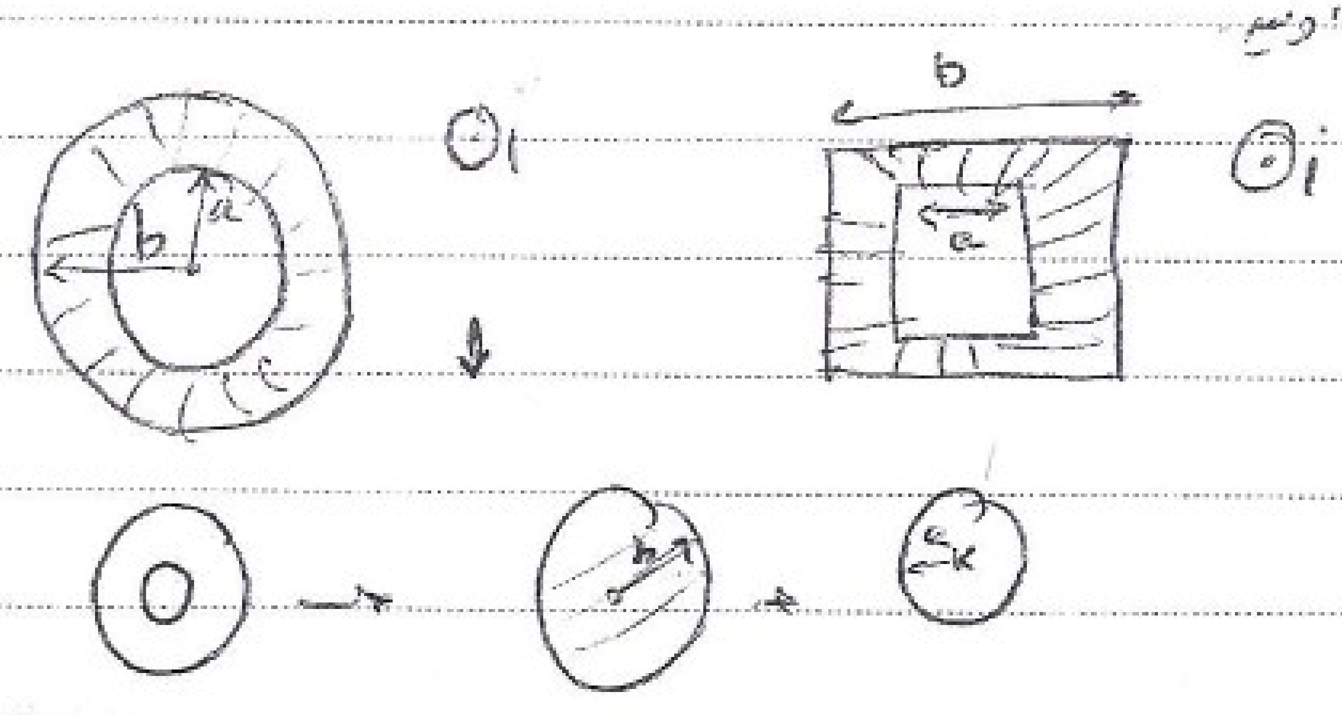
اگر $J = J_0 \frac{r}{a}$ باشد میدان را بدست آوریم برای $r>R$ و $r<R$

$P_1 \Rightarrow B\times 2\pi r_1 = \mu_0 i_{in}, \quad i_{in} = \int J\, ds = \int_0^{2\pi}\int_0^R J_0 \frac{r}{a}\times r\,dr\,d\theta = \frac{2\pi J_0 R^3}{3a}$

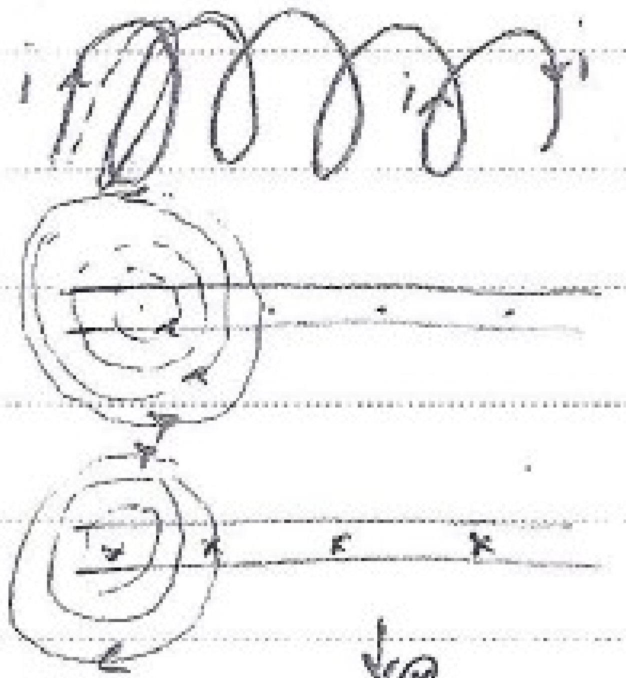
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0\, 2\pi J_0 R^3}{2\pi r_1\, 3a} = \frac{\mu_0 J_0 R^3}{3 r_1 a}$$

$P_2 \Rightarrow i_{in} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r_2} J_0 \frac{r}{a}\, r\,dr\,d\theta = \frac{2\pi J_0 r_2^3}{3a} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 J_0 r_2^2}{3a}$

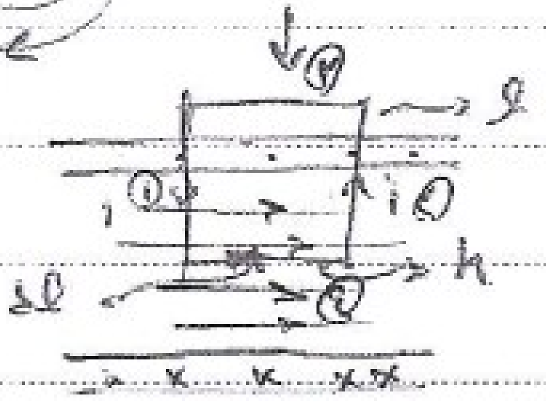
مثال ۳: میدان مغناطیسی را داخل شکل بدست آورید



میدان مغناطیسی در داخل سیم لوله:



چه سیملوله را از وسط نصف می‌کنیم. بیرون سیملوله میدان صفر و داخل آن میدان یکنواخت می‌باشد.



$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 \, i_{in}$$

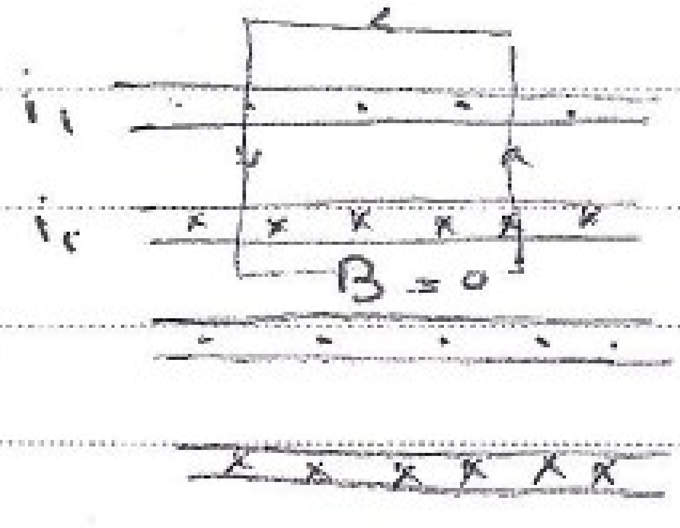
$$\Rightarrow \int_{①} \vec{B}\cdot\vec{dl}_{\theta=\frac{\pi}{2}} + \int_{②} \vec{B}\cdot\vec{dl} + \int_{③} \vec{B}\cdot\vec{dl}_{\theta=\frac{\pi}{2}} + \int_{④} \vec{B}\cdot\vec{dl}_{\theta=0} = \mu_0 \, i$$

میدان صفر، انتگرال صفر

$$\Rightarrow B\int dl = \mu_0 i \Rightarrow Bh = \mu_0 N i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N i}{h}$$

جواب جوابی خوبی نیست.

$$\left(n = \frac{N}{L} = \frac{N}{h} \right) \Rightarrow B = \mu_0 n i$$

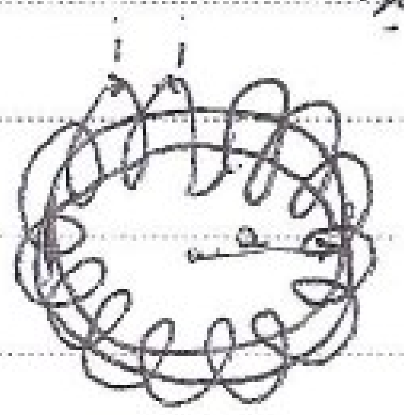


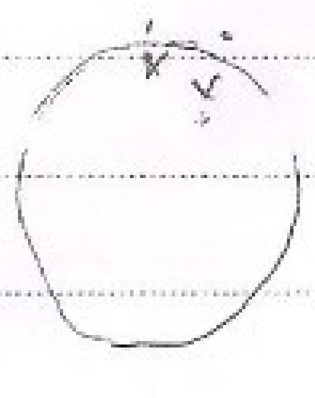
مثال: دو سیم لوله درهم:

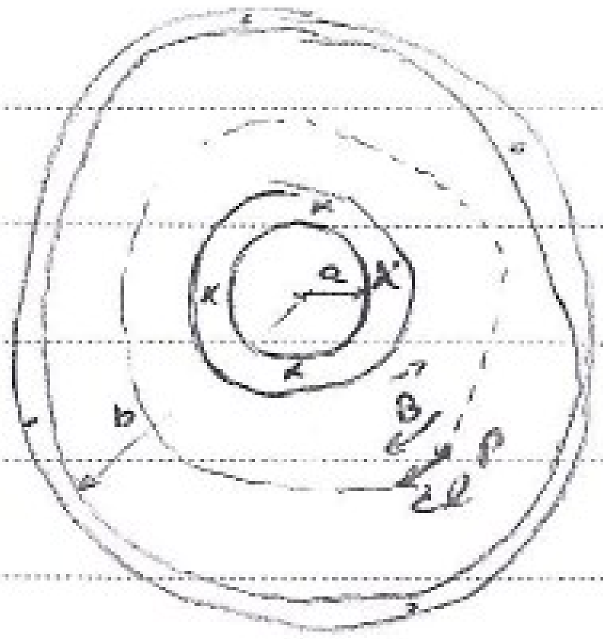
$$B\times h = \mu_0 \, i_{in}$$

$$B\times h = \mu_0 (N_1 i_1 - N_2 i_2) \Rightarrow B = \mu_0 (n_1 i_1 - n_2 i_2)$$

میدان مغناطیسی حاصل از جریان i در داخل چنبره‌ی مشخص شده در شکل زیر بدست آورید.



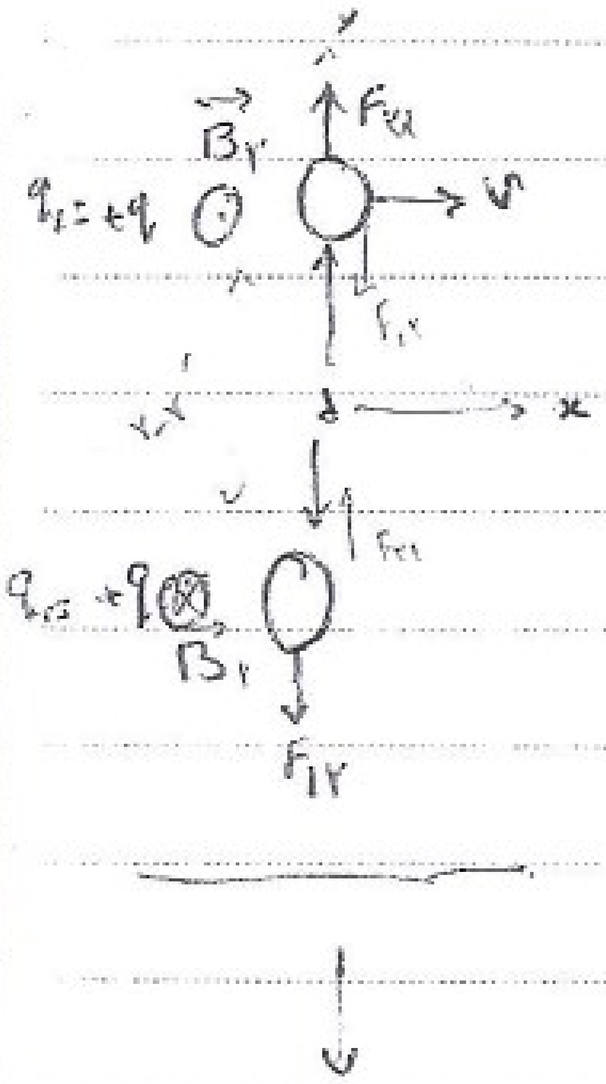


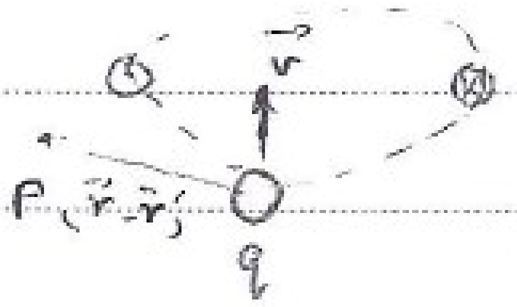


$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{in} \Rightarrow B\oint dl = \mu_0 N i \qquad \theta = 0$$

$$\Rightarrow B\,2\pi r = \mu_0 N i \Rightarrow B = \mu_0 \frac{N i}{2\pi r}$$

میدان مغناطیسی حاصل از بار متحرک:





$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\cdot\frac{d\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}, \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow i\,dl = \frac{dq}{dt}\,dl = dq\,v$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0\,dq}{4\pi}\cdot\frac{\vec{v}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 q}{4\pi}\,\frac{\vec{v}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

نیروی دو بار متحرک به هم وارد می‌کنند:

$$|F_E| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{d^2} \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{q\,\vec{v}\times\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \Rightarrow \vec{B}_1 = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv}{d^2}\hat{k}$$

$$F_1 = q\,\vec{v}\times\vec{B}$$

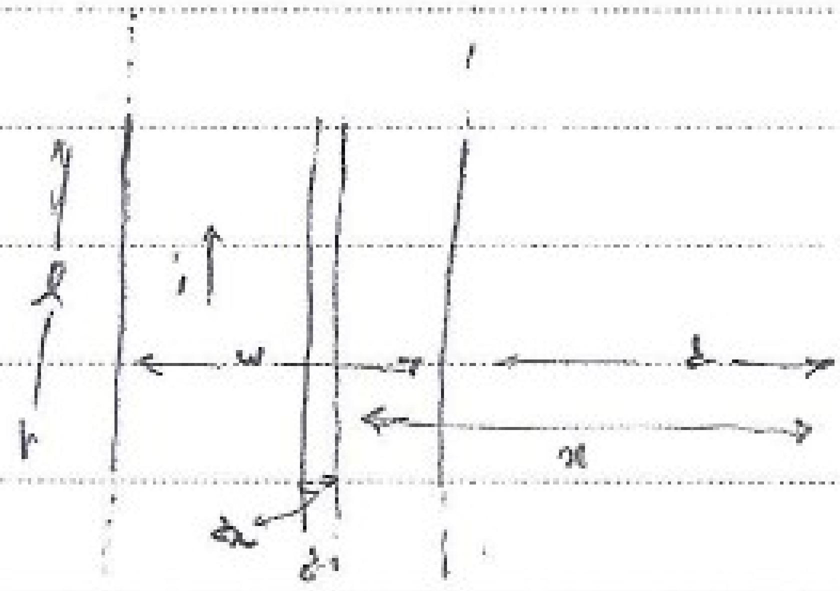
$$F_{12} = qvB\,\hat{j} \Rightarrow |F_{12}| = qv\,\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv}{d^2}$$

$$\boxed{|F_{21}| = |F_{12}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v^2}{d^2}}, \quad |F_E| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2}$$

وقتی حامل در حال حرکت باشند میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود که خیلی ضعیف‌تر از میدان الکتریکی می‌باشد هرچند که با سرعت زیاد حرکت کند

$$\Rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q^2v^2}{d^2} \ll \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{d^2} \qquad \varepsilon_0 = 8.85\times10^{-12}$$

مثال: صفحه‌ای به پهنای w داریم و جریان i از آن می‌گذرد. میدان را در نقطه P بدست آورید.



$$B_{\text{حاصل از سیم}} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$\int dB = \frac{\mu_0\, di}{2\pi x} \rightarrow dB = \frac{\mu_0 i\, dx}{2\pi x}$$

$$J = \frac{i}{wt} = \frac{di}{t\,dx} \Rightarrow di = \frac{i\,dx}{w}$$

$$\Rightarrow B = \int_d^{d+w} \frac{\mu_0 i\,dx}{2\pi x w}$$

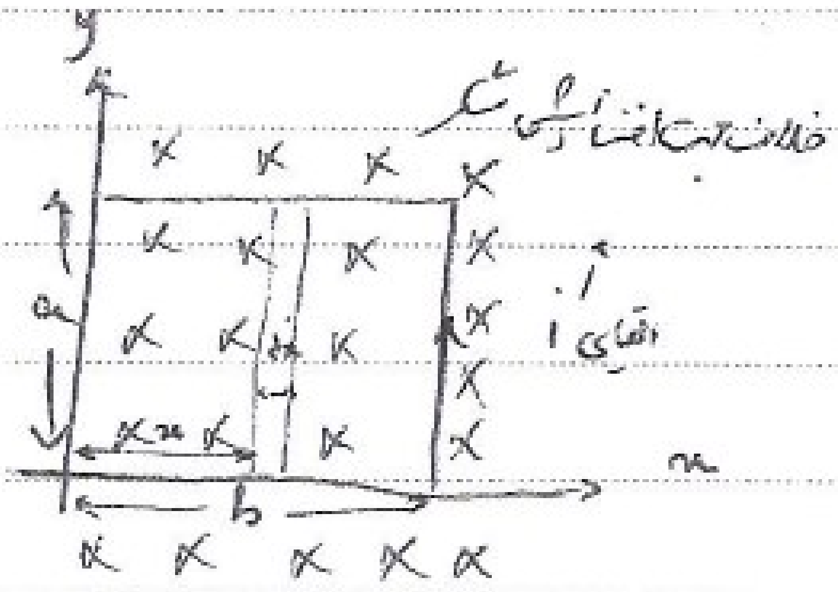
شار مغناطیسی:

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{s} \qquad \Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = BA\cos\theta$$

قانون فارادی:

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}$$

مثال: حلقه سیم مستطیلی شکل داریم. در میدان مغناطیسی غیر یکنواخت B که عمود بر صفحه و به طرف داخل آن است قرار داده شده $B = 4t^2x^2$ می‌باشد. ε و I را بدست آورید.



$$\Phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_{\theta=0} B\,\underbrace{ds}_{a\,dx} = \int 4t^2x^2 a\,dx = \frac{4t^2a}{3}b^3$$

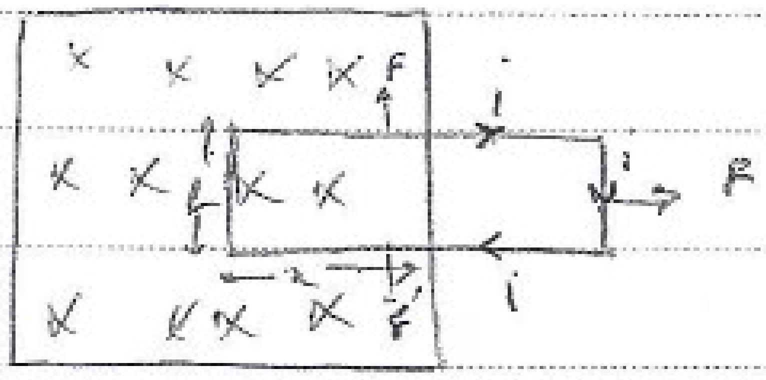
زاویه بین B و ds صفر است چون n عمود بر ds می‌باشد و هم جهت با B است

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{4ab^3}{3}(2t) = \frac{8ab^3t}{3} \Rightarrow I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{8ab^3t}{3R}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )

در شکل زیر نیرو محرکه ی القایی، جریان القایی و نیروی لازم برای حرکت حلقه را محاسبه کنید (میدان یکنواخت است).



$$\Phi = \int_{\theta=0} \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int B\,ds = BS \Rightarrow \boxed{\Phi = Blx}$$

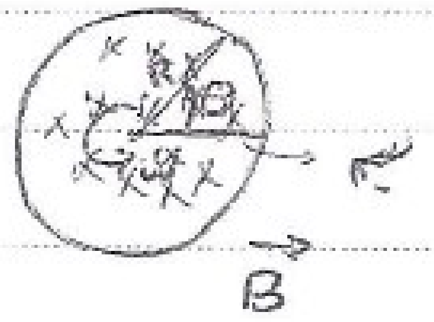
چون طول l ثابت است پس با زمان تغییری نمی‌کند پس x مشتق گرفته می‌شود $\Leftarrow$ $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$

$$\varepsilon = Bl\frac{dx}{dt} = v_x Bl \Rightarrow |I| = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blv_x}{R}$$

$$F = |I|\,lB \sin\theta = \frac{B^2 l^2 v_x}{R}$$

* اگر B یکنواخت نباشد این دو نیرو برابر نشده و حذف نمی‌شوند.

اندازه نیرو محرکه القایی و جریان القایی را برای افزایش θ در شکل زیر محاسبه کنید



$$\Phi = \int_{\theta=0} \vec{B} \cdot \vec{ds} = \int B\,ds = B\int ds = BS$$

$$\Phi = B \times S = B \times h \times h\theta = \frac{1}{2} B h^2 \theta$$

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\int \vec{r} \times \vec{dl}$$

* نکته:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2}Bh^2 \times \omega = \frac{1}{2}Bh^2\omega$$

$$d\varepsilon = B\,dr\,v \Rightarrow \varepsilon = \int_0^h Bv\,dr = B\omega\int_0^h r\,dr = \frac{1}{2}B\omega r^2\Big]_0^h = \frac{1}{2}B\omega h^2$$

میدان الکتریکی ناشی از میدان مغناطیسی متغیر با زمان:

$$w = q_0 \varepsilon$$

$$w = \int \vec{F} \cdot \vec{dl} \Rightarrow \varepsilon = \int \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

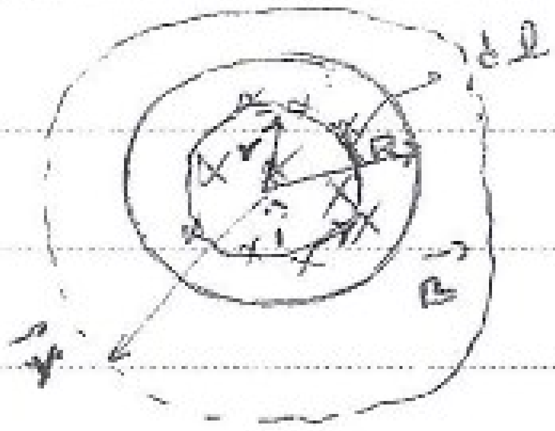
$$w = \int q_0 \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

E القایی

$$\frac{d}{dt}\left(\int B \cdot ds\right) = \frac{d\Phi}{dt} = \int \vec{E} \cdot \vec{dl}$$

Subject:

Year. Month. Date. ( )



$$\oint_{\theta=0} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi}{dt}$$

for $r<R$: $E\times 2\pi r = \frac{d}{dt}\underbrace{\Phi}_{AB\cos\theta} = A\,dB/dt$

$$\Rightarrow E\times 2\pi r = \pi r^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}$$

for, $r>R \Rightarrow E\times 2\pi r = A\times\frac{dB}{dt} \Rightarrow E\times 2\pi r = \pi R^2\frac{dB}{dt} \Rightarrow E = \frac{1}{2r}R^2\frac{dB}{dt}$

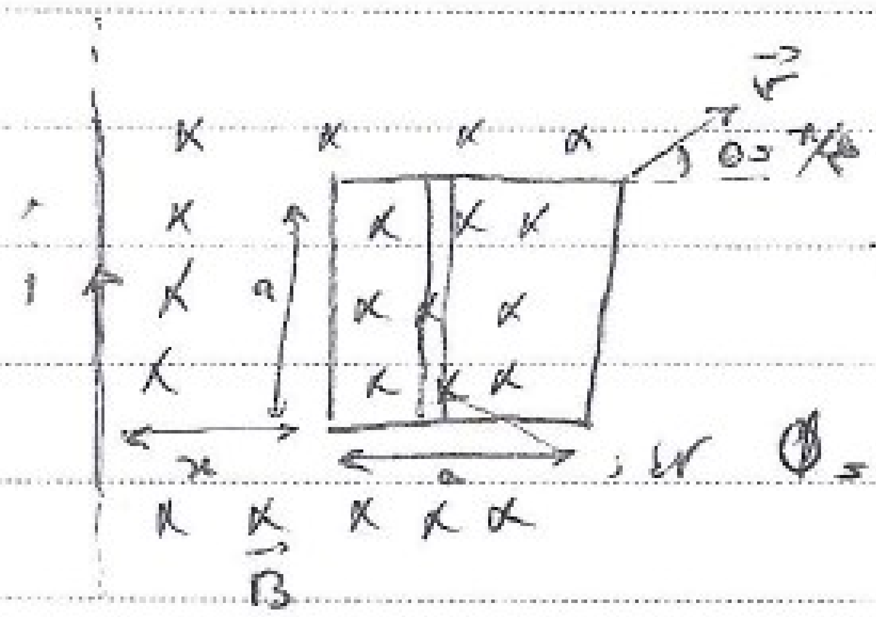
$L = \frac{N\Phi}{i} \sim BA\cos\theta \rightarrow \frac{Tm^2}{A} = H$ القاپذیری : (L)

القاپذیری در سیم‌لوله :

$$L = \frac{N\Phi}{i} \quad \begin{cases} N = nl \\ \Phi = \int_{\theta=0} \vec{B}\cdot d\vec{S} = BA \end{cases}$$

$$\Rightarrow L = \frac{(nl\,\mu_0 n i)A}{i} = \mu_0 l n^2 A$$

مثال : در شکل زیر شار میدان مغناطیسی، نیروی محرکه القایی، جریان القایی و جهت جریان القایی را حساب کنید.



تا حرکت نداشته باشیم نیروی محرکه القایی نداریم.

اگر میله را در راستای x حرکت کنیم میدان تغییری می‌کند پس نیروی محرکه القایی داریم

$a\,dr$: $\Phi = \int_{\theta=0} \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int B\,dS = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r}(a\,dr)$

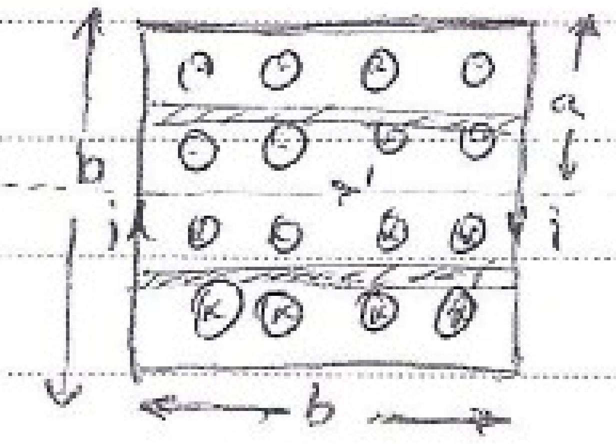
چون B تابع r باشد ds را عمودی می‌گیریم.

$$= \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\int_x^{x+a}\frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\left(\ln(x+a) - \ln x\right)$$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{dx}\times\frac{dx}{dt} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right)v_x = \frac{\mu_0 i a}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right)v\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Subject:
Year.　　Month.　　Date.　　(　)

در شکل زیر طول a=12cm و b=16cm . جریان در سیم مستقیم بلند به صورت $i = 4.5t^2 - 10t$ داده می‌شود
نیروی محرکه القا شده در حلقه مربعی را در $t = 3s$ بیابید.
ب- جهت جریان القایی کدام است؟



میدان با فاصله از سیم تغییر می‌کند ⇐ $\Phi_1 = \int_{\theta=0} \vec{B} \cdot d\vec{S}$

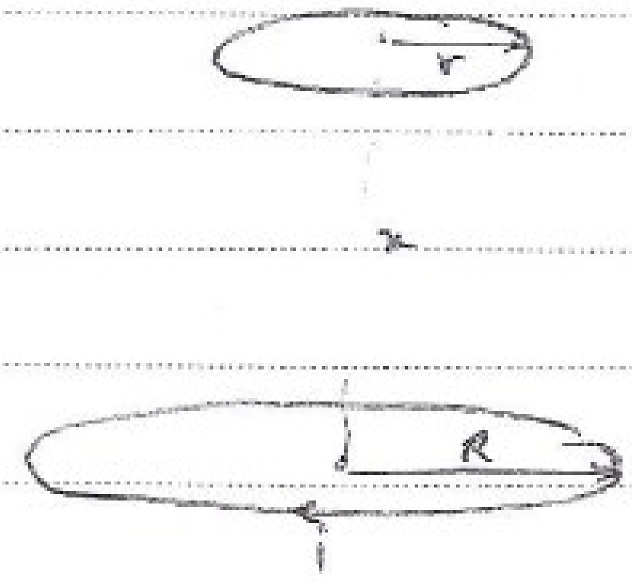
$$= \int B\,dS = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r} b\,dr = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \int_0^{b-a} \frac{dr}{r}$$

$$\Phi_2 = \int_{\theta=0} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_0^a \frac{\mu_0 i}{2\pi r} b\,dr = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \int_0^a \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow \Phi_{tot} = \Phi_1 - \Phi_2 = \int_a^{b-a} \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \frac{dr}{r}$$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_{tot}}{dt} = (\quad) \frac{di}{dt}$$

شکل زیر دو حلقه سیم موازی با محور مشترک را نشان می‌دهد. حلقه کوچک به شعاع r بالای حلقه بزرگتر با شعاع R به فاصله $x \gg R$ قرار دارد. در نتیجه میدان مغناطیسی حاصل از حلقه بزرگتر در سراسر حلقه کوچک تقریباً یکنواخت است. فرض کنید x با آهنگ ثابت v افزایش می‌یابد. الف- شار مغناطیسی عبوری از حلقه کوچک
ب- نیروی محرکه القایی ج- جهت جریان القایی کدام است.



$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}} \qquad \text{if } x \gg R \quad B = \frac{\mu_0 i R^2}{2x^3}$$

$$\Phi = \int B \cdot dS = BS = B \pi r^2$$

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

بررسی میکروسکوپی ρ:

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{\frac{m_e V_d}{te}}{neV_d} = \frac{m_e}{ne^2 t}$$

زمان بین دو برخورد — جرم الکترون

E کلاسیکی $= F = eE = m_e a$

$V_d = at + V_0 \Rightarrow a = \frac{V_d}{t}$

سرعت اولیه که قابل صرف‌نظر کردن

الکترون‌ها به سوی یون‌ها

$$eE = m_e \frac{V_d}{t} \Rightarrow E = \frac{m_e V_d}{te}$$

eg: دو رسانا از یک جنس ساخته شده‌اند رسانای A سیمی به قطر 1mm و رسانای B لوله‌ای توخالی به قطر بیرونی 2mm و قطر درونی 1mm است. نسبت $\frac{R_A}{R_B} = ?$ را به دست آورید.

انرژی الکتریکی

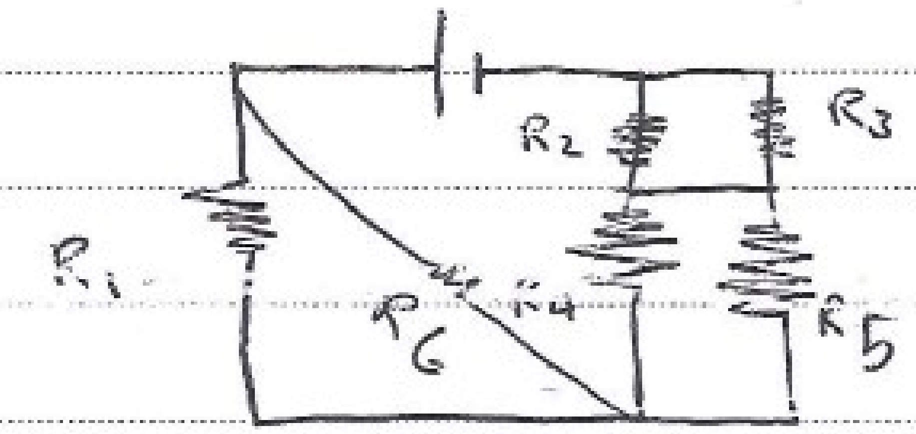
$$dU = q\,dV \Rightarrow U = \int R i^2 t$$

$U = \frac{V^2}{R} t$

$U = Vit$

مثال:

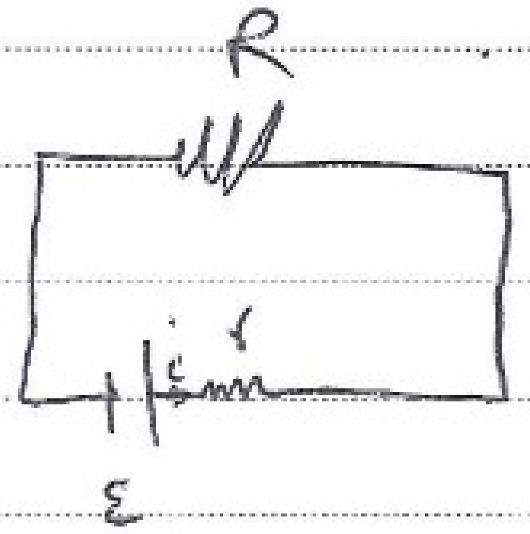
$$P = \frac{U}{t} =$$



$R/2$ موازی R_2, R_3
$R/2$ (موازی) R_4, R_5
$R/2$ (موازی) R, R_6
} سری $\Rightarrow R_T = 3R/2$

محاسبه جریان الکتریکی :

روش اول : روش قانون بقای انرژی پتانسیل الکتریکی

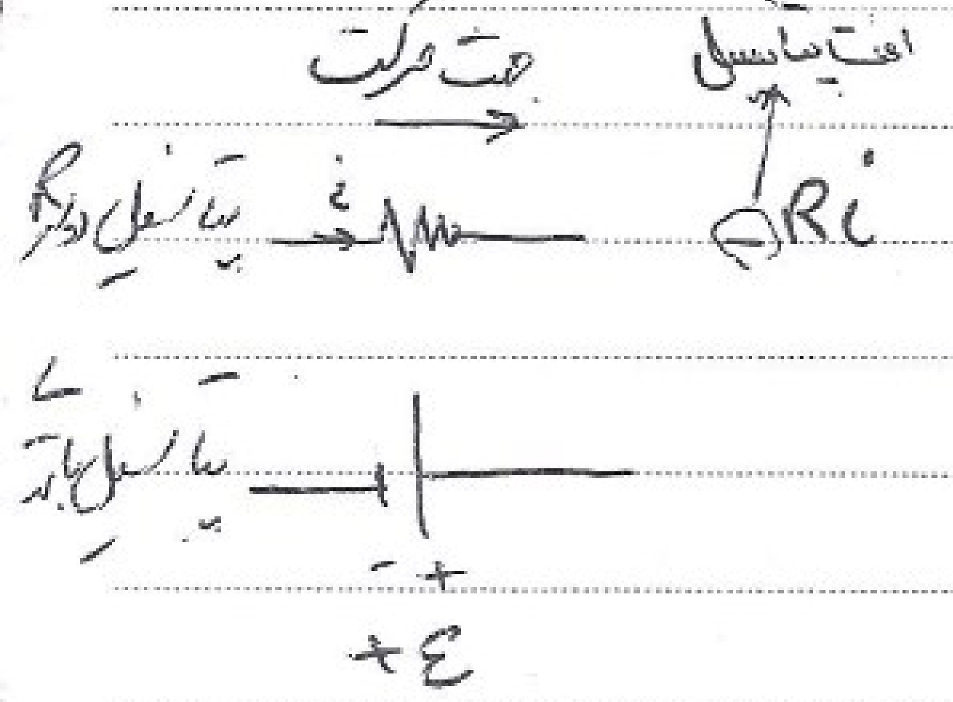


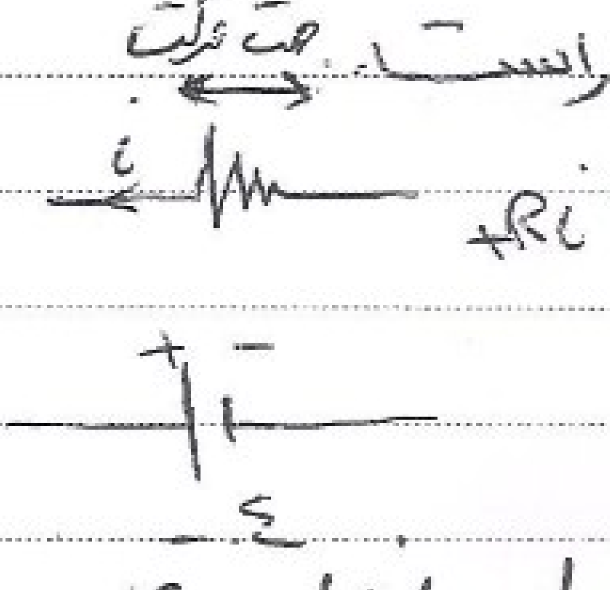
$U_{\text{تولیدی}} = U_{\text{مصرفی}} \Rightarrow U_{\text{تولیدی}} = \varepsilon i t \quad , \quad U_{\text{مصرفی}} = (ri^2 + Ri^2)t$

$\Rightarrow \varepsilon i t = r i^2 t + R i^2 t \Rightarrow \varepsilon = (r+R) i$

$$\boxed{i = \frac{\varepsilon}{r+R}}$$

روش دوم : از روش قانون حلقه کیرشهف : مجموع اختلاف پتانسیل های اجزای مدار در یک حلقه از مدار برابر صفر است.

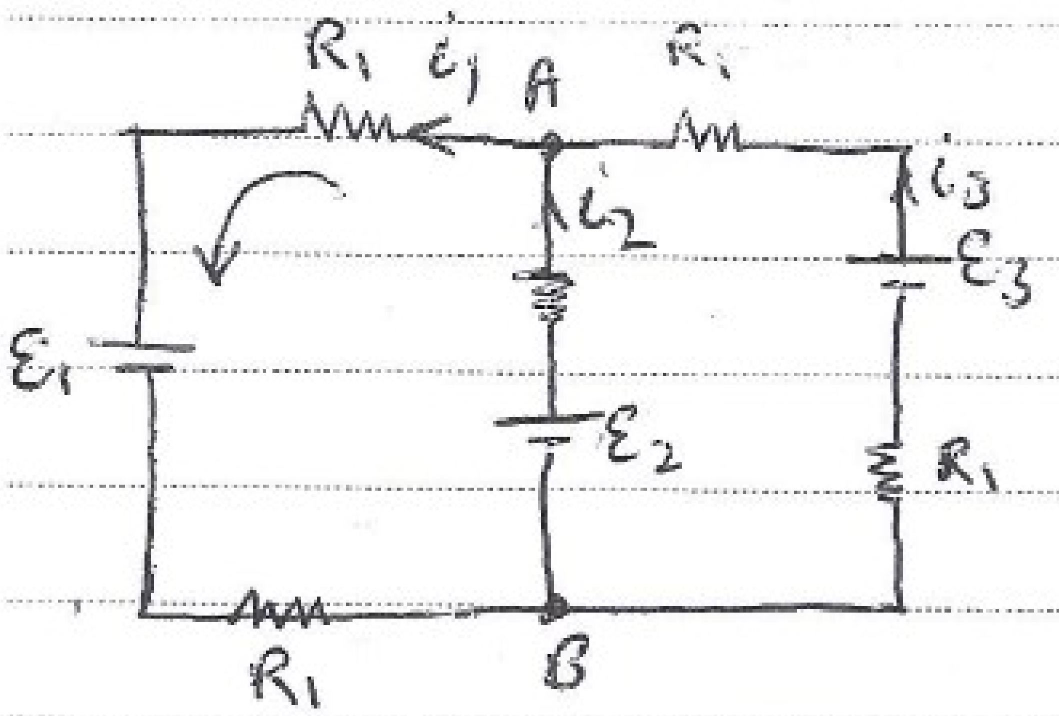




جهت قرارداد کرده ایم از مثبت عامل جریان است

Subject:
Year. Month. Date. ( )

۲۹: با توجه به تبدیل جریان الکتریکی از هر باتری E_1 و E_2 و E_3 را بدست آورده و سپس اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی a و b را بنویسید.



$$\begin{cases} R_1 = 1\Omega \\ R_2 = 2\Omega \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 4V \\ \varepsilon_1 = 2V \end{cases}$$

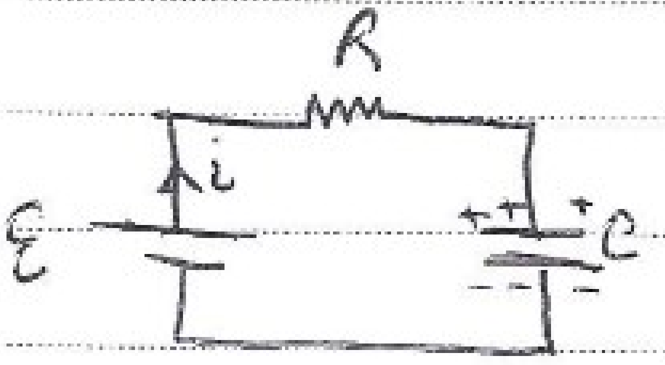
حلقه چپ: $V_A - i_1R_1 - \varepsilon_1 - R_1 i_1 + \varepsilon_2 - i_2 R_2 = V_A$

حلقه راست: $V_A + i_3R_1 - \varepsilon_3 + i_3R_1 + \varepsilon_2 - i_2R_2 = V_A$

قانون گره: $i_2 + i_3 = i_1 \Rightarrow \boxed{i_1 = \frac{2}{3}A \ , \ i_2 = i_3 = \frac{1}{3}A}$

$$V_A + i_2R_2 - \varepsilon_2 = V_B \quad = \varepsilon_2 - i_2R_2 \Rightarrow 4 - \frac{1}{3} \times 2 = \frac{10}{3}$$

مدار RC:



مرحله شارژ خازن:
۱- باتری وجود دارد.
۲- خازن خالی است
۳- پس از مدتی خازن پر می‌شود یعنی خازن حکم کلید را پیدا می‌کند و مدار را قطع می‌کند

$t = \infty \Rightarrow q = q_{max}$

زمان زیاد

$i = 0$

Subject:
Year. Month. Date. ( )

قانون ولتاژ: $-Ri - V_2 + \mathcal{E} = 0 \Rightarrow Ri + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \Rightarrow R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$

$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow$ [illegible]

معادله مشخصه: $m + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow m = \frac{-1}{RC} \Rightarrow \underbrace{q = Ae^{mt} = Ae^{-t/RC}}_{\text{جواب عمومی}}$, $\underbrace{q' = B}_{\text{جواب خصوصی}}$

$$\frac{dq'}{dt} + \frac{q'}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$0 + \frac{B}{RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \boxed{B = C\mathcal{E}}$$

تابع بار خازن $q(t) = Ae^{-t/RC} + B$

$\text{if } t=0 \longrightarrow q = 0 = A + B \Rightarrow A = -B = -C\mathcal{E}$

$\text{if } t=\infty \longrightarrow q = \underbrace{q_{max}}_{CV = C\mathcal{E}} = B$

$$\Rightarrow \boxed{q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-t/RC}\right)} , \boxed{i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}}$$

تابع جریان روی مدار

ثابت زمانی: $\leftarrow \tau = RC$

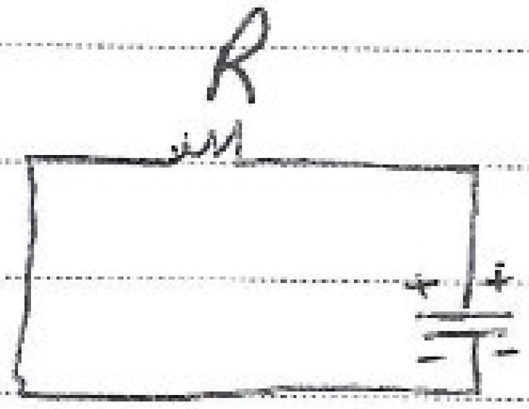
ثابت زمانی: میزان زمانی است که در آن جریان روی مدار به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه خود می‌رسد

$t = RC = \tau \Rightarrow i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-RC/RC} \Rightarrow \boxed{i(\tau) = /37\, \varepsilon/R = /37\, i_{max}}$

$\boxed{q(\tau) = 63\% \underbrace{C\varepsilon}_{q_{max}}}$

یعنی 37% جریان اولیه برقرار است یعنی 63% بار روی خازن نشسته در نهایت یعنی 63% خازن پر شده است.

ـ مدار ~~تخلیه~~ خازن در حالتی که باطری وجود ندارد.



۱- باتری وجود ندارد
۲- خازن پر است
۳- پس از مدتی خازن خالی می‌شود یعنی

$t = \infty \longrightarrow q = 0 , i = 0$

$$-Ri - \frac{q}{C} = 0 \Longrightarrow R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Longrightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$$

$$\Longrightarrow \int \frac{dq}{q} = -\int \frac{dt}{RC} \Longrightarrow \ln q = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q = Ae^{-t/RC} + B$$

if $t = 0 \quad q = q_{max} = A$

if $t = \infty \quad q = 0 = B$

$$\Longrightarrow q_{(t)} = Ae^{-t/RC} = q_{max} e^{-t/RC}$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{-q_{max}}{RC} e^{-t/RC}$$

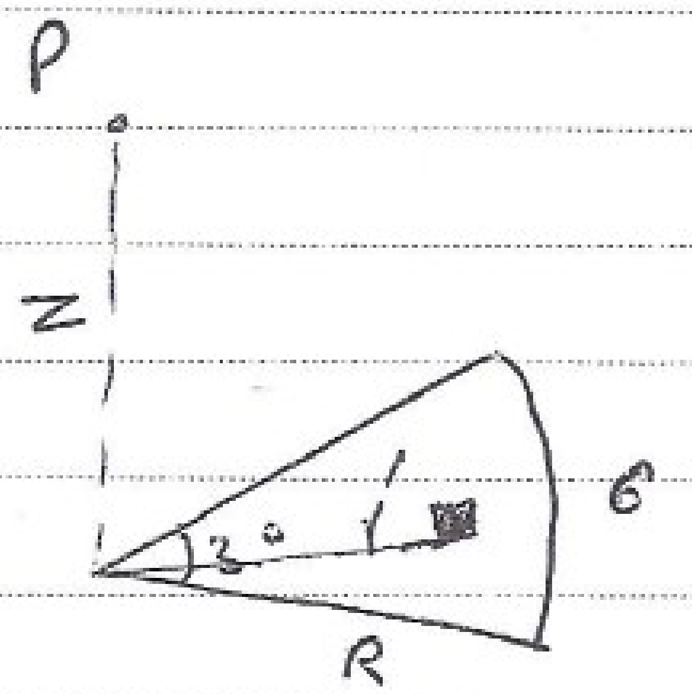
$$E = k\int \frac{dq}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}(\vec{r}-\vec{r}')$$

نکته: واحد میدان مغناطیسی $\vec{B}$ تسلا T است، داریم

$T = 10^4 G$ گوس

نکته: اگر به جای بار جریان الکتریکی قرار دهیم باز هم سر آن نیرو وارد می شود.

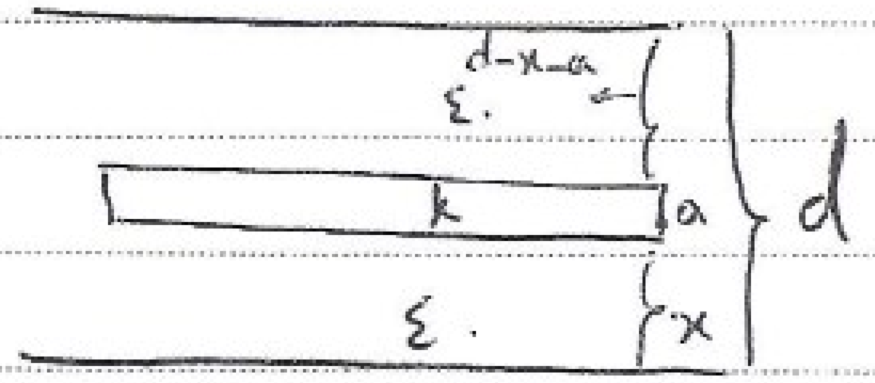
نمونه سوال میدان الکتریکی:



$$dq = \sigma dA$$

$$dq = \sigma r' dr' \underbrace{d\varphi'}_{\frac{\pi}{6}}$$

$$E = \int k \frac{dq}{r^2} \Rightarrow E = k\int \frac{k\sigma\, \pi/6\, z\, r' dr'}{(\sqrt{r'^2+z'^2})^3}$$



آیا الکتریک ضخامت را شته D باشد

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C_T} = \frac{1}{k\varepsilon_0 A/x} + \frac{1}{k\varepsilon_0 A/a} + \frac{1}{\varepsilon_0 A/(d-x-a)}$$

$$C_T =$$

از فرمول خازن تخت استفاده نکردیم

Subject:
Year. Month. Date. ( )

ثابت زمانی مرحله دشارژ $\tau = RC$

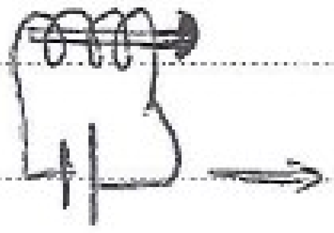
$t=\tau \rightarrow q(t) = q_{max}\,\frac{1}{e} = \%37\, q_{max}$ بار روی خازن به این مقدار است

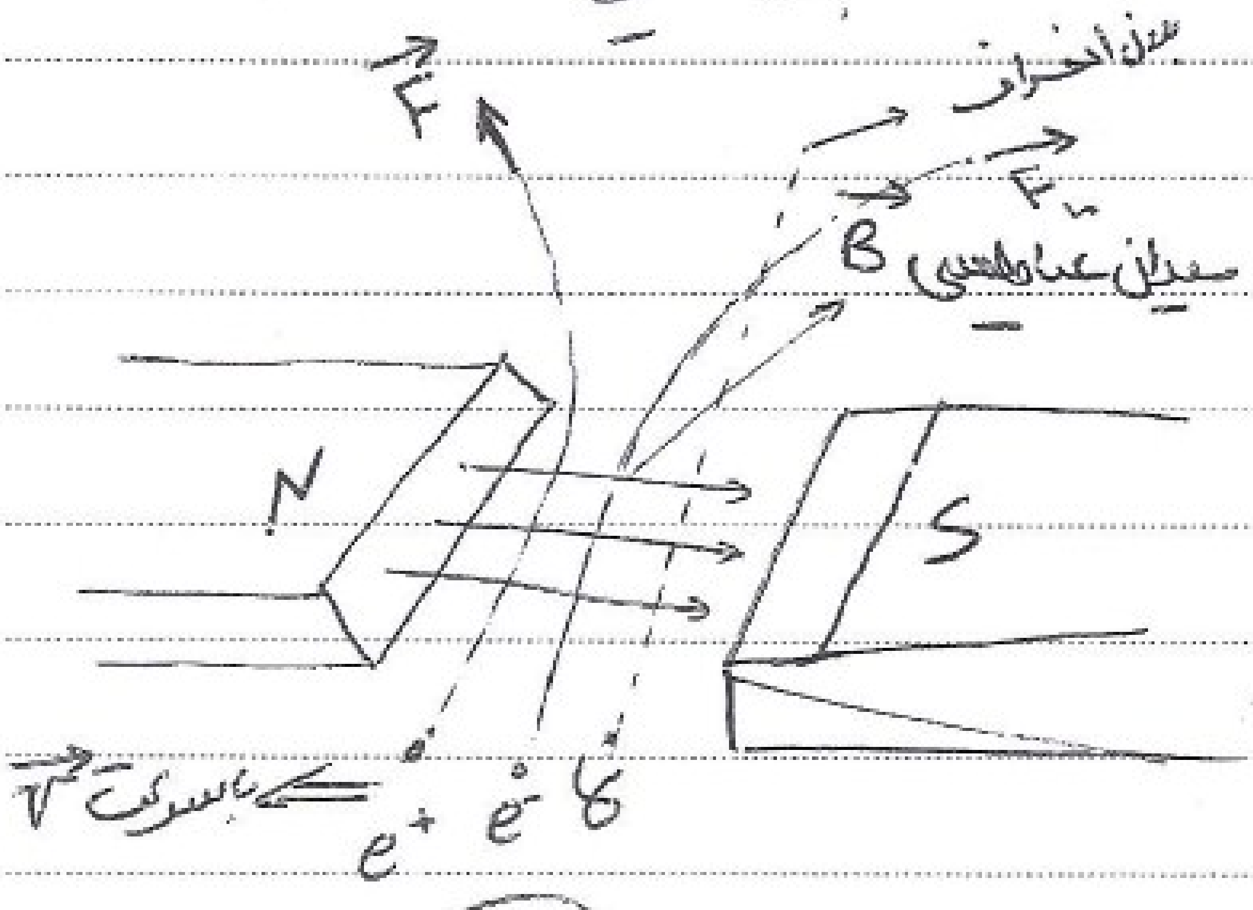
یعنی ٪63 تخلیه شده پس ٪37 بار اولیه در خازن مانده است.

دشارژ: $t=\tau$ = مدت زمانی که بار روی خازن به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه خود می‌رسد.

فصل دو: میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی به دو شکل تولید می‌شود:
۱- خاصیت ذاتی مواد: آهن‌ربا
۲- به علت حرکت بارهای الکتریکی


→ آهنربای الکتریکی



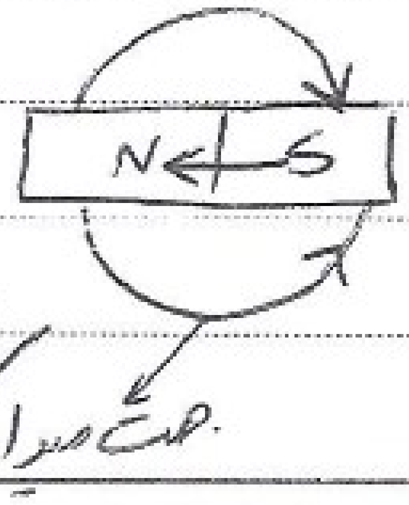
- نیروی مغناطیسی:

$$\vec F = q\,\vec v \times \vec B \rightarrow |\vec F| = q v B \sin\theta$$

زاویه بین $\vec v$ و $\vec B$

در این رابطه علامت جبری بار را هم وارد می‌کند

- خطوط میدان مغناطیسی:



۱- تراکم خطوط شدت میدان را نشان می‌دهد