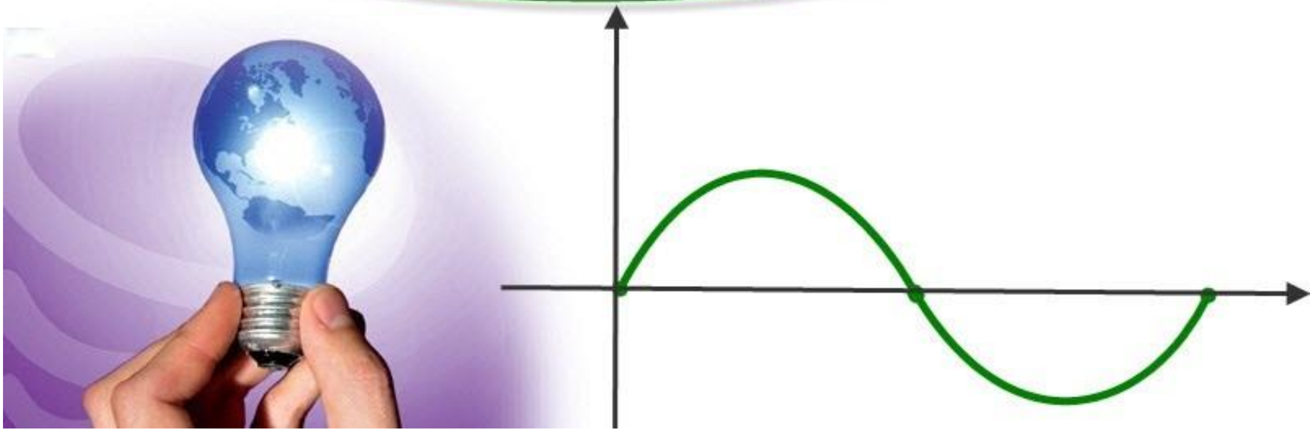


موضوع پروژه:

مقایسه کارآیی الگوریتم های عددی در حل معادلات پخش بار

مقدمه

یک شبکه قدرت بسیار گسترده و وسیع می باشد و غالباً تعداد باس ها و خطوط انتقال بسیار زیاد می باشند . با توجه به این که کار همیشه طبق روال و برنامه پیش بینی شده است ممکن است بخوبی پیش نرود و باید منتظر اتفاقات غیر منتظره نیز بود لذا اهمیت بررسی وحفاظت یک شبکه قدرت بخوبی قابل درک است . بهترین شیوه نظارت بر چنین حجم عملیاتی بزرگ استفاده از روشهای کامپیوتری در حل مسأله پخش بار است. این برنامه کامپیوتری باید از سرعت بالایی برخوردار بوده، زیرا حجم حافظه بکار رفته زیاد بوده و زمان رفع خطا نیز خیلی محدود است . باید روشهای گوناگون مورد بررسی قرار بگیرد و بهترین آنها از لحاظ کارائی و سرعت مشخص گردد تا بتوان در هر لحظه با توجه به مقادیر ولتاژها و جریان ها در هر نقطه از شبکه اتخاذ تصمیم مناسب گردد. با توجه به این که دانستن این اطلاعات نیاز به حجم حافظه بسیار زیادی دارد لذا سعی گردیده با توجه به تکنیکهای جدیدتر راه حلهای سریعتر برای رسیدن به جواب استفاده شوند که البته هر کدام دارای ویژگیهای خواص خود بوده و دارای مزایا و معایبی است . در پروژه حاضر سعی بر آن بوده که روشهای مختلف حل مسأله پخش بار بررسی شده و با توجه به نیاز بهترین آنها مشخص گردد. یکی از این روشها نیوتن _ رافسون بوده که مهمترین روش موجود در حل مسأله پخش بار محسوب می شود. لذا تکیه بیشتری بر روی این روش صورت گرفته است و مزایای آن را نسبت به سایر روشها با مثالهای متعدد بیان کرده ایم . امید است که با مطالعه این پروژه خواننده در تعیین روش حل مسأله پخش بار به مهارت کافی برسد .

مطالب هر فصل بطور جامع توضیح داده شده است و البته برای احاطه کاملتر بر روی مسأله نیاز به مراجع کلی تر بوده که با مطالعه آنها در کنار این پروژه می توان به نتایج بهتری دست یافت .

فصل اول

آشنائی با مسأله پخش بار

در حالت کلی می توان مطالعه پخش بار در سیستم قدرت را منوط به حل شبکه قدرت در حالت مانا دانست . این مطالعه برای ما نتایج سودمندی در بر خواهد داشت از جمله :

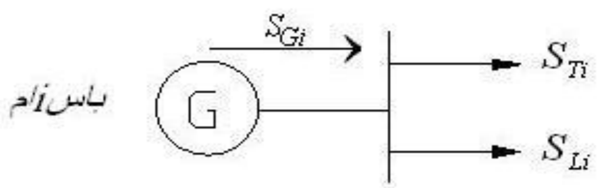
- ولتاژ باس ها هم از نظر اندازه و هم از نظر زاویه
- میزان توان راکتیو که نیروگاهها موظف به تولید می باشند .
- میزان توان اکتیو و راکتیو که در خطوط انتقال جریان می یابند .

حال چنانچه سایر متغیرهای مربوط به شبکه قدرت در دست باشند مقادیر فوق الذکر قابل محاسبه خواهند بود . این اطلاعات از دو جنبه قابل بررسی و دارای اهمیت میباشند :

۱. بررسی موقعیت و وضعیت موجود در سیستم قدرت .
۲. تصمیم گیری جهت توسعه سیستم به منظور رویاروئی با رشد بار و همچنین بررسی طرحهای مختلف توسعه .

1-1- بررسی مسأله پخش بار

در یک سیستم قدرت توان تزریقی به باس i را می توان بدین ترتیب محاسبه نمود :



$$: S_{Gi} = P_{Gi} + jQ_{Gi}$$

$$S_i = P_i + jQ_i = (P_{Gi} - P_{Li}) + j(Q_{Gi} - Q_{Li})$$

توان مختلط تولید شده توسط ژنراتور باس i (کل توان تزریقی به باس i ام از طرف ژنراتورها)

$S_{Li} = p_{Li} + jQ_{Li}$: کل توان مصرفی مربوط به بارهای متصل به باس i ام .

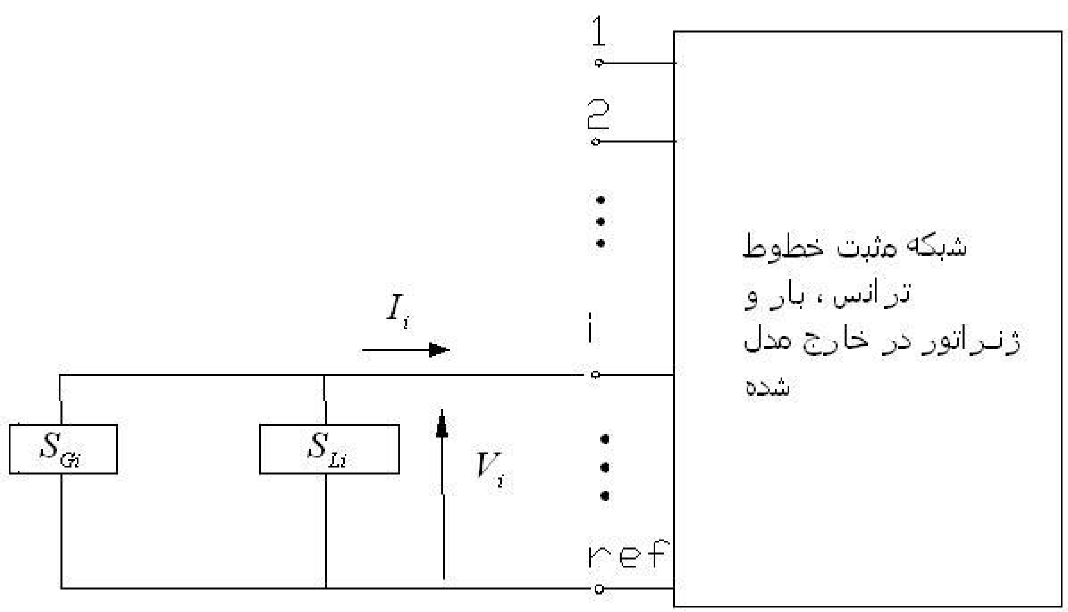
$S_{Ti} = P_{Ti} + jQ_{Ti}$: کل توان مصرفی انتقالی از باس i ام ، $v_i = v_i \angle \delta_i$ ولتاژ در باس i ام .

لذا می توان توان های حقیقی و راکتیو تزریقی به باس را این چنین نوشت :

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li} \qquad i = 1,2,3,\dots,n$$
$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} \qquad i = 1,2,3,\dots,n$$

در یک باس با 8 پارامتر حقیقی روبرو هستیم . پس می توان گفت در یک سیستم قدرت با n باس با 8n متغییر سرو کار داریم .

شکل زیر را می توان بر تحلیل پخش بار سیستم n باس در نظر گرفت :



(شکل 1)

$$P_{Gi} = P_{Li} + P_{Ti}$$
$$Q_{Gi} = Q_{Li} + Q_{Ti}$$

I_i : جریان خالص تزریقی به شین i ام .

V_i : ولتاژ شین مربوطه نسبت به مبنا می باشد .

با نوشتن قانون جریان کیرشهف در باس های یک شبکه قدرت داریم :

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}.V_j \angle(\delta_j + \gamma_{ij})$$

این رابطه را می توان بصورت فشرده زیر بیان کرد :

$$I_{bus} = [Y_{bus}]V_{bus}$$

I_{bus} : یک بردار n × 1 بوده و عناصر این بردار بطور کلی بصورت I_i می باشد .

V_{bus} : یک بردار n × 1 بوده و عناصر ان بردار بطور کل بصورت V_i می باشد .

Y_{bus} : یک ماتریس n × n بوده که عناصر آن بصورت زیر است :

۱. y_{ii} : ادمیتانس خودی یا ادمیتانس نقطه شروع در گره i نامیده می شود و برابر جمع جبری تمامی ادمیتانس های ختم شده به گره i خواهد بود .

۲. y_{ki} : (i ≠ k) ادمیتانس های متقابل یا ادمیتانس های انتقالی بین گره های i و k بوده و برابرند با :

$y_{ik} = y_{ki} = (-1)$ (مجموع ادمیتانس های موجود بین دو گره)

ماتریس $[Y_{bus}]$ شامل تمام خطوط انتقالی و ترانسفورماتورها خواهد بود . این ماتریس یک ماتریس n × n متقارن است ولی در صورتی که در سیستم انتقالی انرژی ترانسفورماتوری تنظیم (Regulating transformer) وجود داشته باشند ، در این حالت ، دیگر $[Y_{bus}]$ متقارن نبوده ولی ابعاد آن یعنی n × n به قوت خود باقی است .

چنانچه می دانیم از هر باس در سیستم قدرت معمولاً 2 یا 3 خط انتقالی خارج می شود . لذا بیشتر عناصر غیر قطری $[Y_{bus}]$ صفر خواهند بود .

به ماتریس هائی که اکثر عناصر آن را صفر تشکیل می دهد ، ماتریس های اسپارس (Sparse) گفته می شود .

در برخی از شبکه های قدرت $[Y_{bus}]$ ممکن است تا حدود 90% اسپارس باشد . و این موضوع باعث صرفه جوئی فراوان در ذخیره سازی $[Y_{bus}]$ در حافظه کامپیوتر گردد . زیرا دیگر احتیاجی به ذخیره سازی عناصر صفر ماتریس نمی باشد .

حال به توان مختلط انتقالی که تفاضل توان تولید توسط ژنراتور و توان مختلط مصرفی توسط بار در باس i ام می باشد توجه می کنیم :

$$\left.\begin{aligned} S_{Ti} &= S_{Gi} - S_{Li} \\ S_{Ti} &= V_i I_i^* \\ I_i &= \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \angle(\delta_j + \gamma_{ij}) \end{aligned}\right\} \Rightarrow S_{Ti} = V_i \left[\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \angle(\delta_j + \gamma_{ij}) \right]^*$$

بافرض:

$$\begin{aligned} V_i &= V_i \angle \delta_i \\ V_j &= V_j \angle \delta_j \\ Y_{ji} &= y_{ij} \angle \gamma_{ij} \end{aligned}$$

داریم:

$$S_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ji} \angle(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

اگر مولفه های حقیقی و موهومی رابطه فوق را بدست آوریم :

$$P_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

$$Q_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

طبق این معادله توان های اکتیو و راکتیو انتقال یافته از هر باس تابعی از ولتاژها در باس های دیگر است .

با توجه به معادله فوق می توان نوشت :

$$P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{j=1}^{n} Q_{Li} V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

$$Q_{Gi} - Q_{Li} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

$$S_{Gi} - S_{Li} = \sum_{j=1}^{n} V_i V_j^{*} Y_{ij}^{*}$$

طبق این معادله در هر باس با 6 متغیر روبرو هستیم :

۱. P_{Gi} : توان اکتیو تولید شده در باس i

۲. Q_{Gi} : توان راکتیو تولید شده در باس i

۳. P_{Li} : توانی اکتیو مصرفی در باس i

۴. Q_{Li} : توان راکتیو مصرفی در باس i

۵. V_i : ولتاژ در باس i

۶. δ_i : زاویه فاز در شین i

برای هر سیستم n باس می توان 4n معادله نوشت . می دانیم در یک وضعیت خاص از بارگذاری مقادیر P_L و Q_L در کلیه باس ها معین می باشند . در نتیجه 2n مجهول از معادلات شبکه حذف می گردد . ولی هنوز مجهولات 6n بیش از معادلات 4n می باشد . دو متغیر P_{Li} و Q_{Li} معلوم هستند . و 4 متغیر دیگر باقی خواهد ماند . چون دو معادله بالا همواره باید صادق باشند ، لذا مجبوریم 2 متغیر دیگر غیر از

P_{Li} و Q_{Li} نیز مشخص و معلوم باشند . از نقطه نظر ریاضی دو متغیر دیگر را می توان به دلخواه انتخاب کرد و مشخص نمود . اما در عمل متغیرهائی معلوم در نظر گرفته می شوند که بتوان از نظر فیزیکی بر روی آنها کنترل داشت . با توجه به وسایل تعبیه شده بر روی هر باس می توان باس ها را بصورت زیر تقسیم بندی نمود :

نوع باس	پارامترهای معلوم	پارامترهای مجهول	کد	مقدار تقریبی
اسلک(Slack)	V_i و δ_i	P_{Gi} و Q_{Gi}	0	1
بار	P_{Gi} و Q_{Gi}	V_i و δ_i	1	%85
ژنراتور(تولید)	P_{Gi} و V_i	δ_i و Q_{Gi}	2	%15

2-1- باس اسلک

شین اسلک ، شین مادر که به آن باس سوئینگ گفته می شود باسی است که روی آن ژنراتور با امکان تولید بسیار زیاد وجود دارد و از نظر تئوری محدودیتی روی تولید در این باس نیست بعلاوه فاز ولتاژاین باس در شبکه به عنوان مبنا در نظر گرفته می شود ، بدین لحاظ ولتاژ آن را بصورت $V = 1p.u\angle 0^\circ$ در نظر می گیرند. در هر شبکه تنها یک باس سوئینگ (Swing Bus) وجود دارد وکلیه تلفات خطوط انتقال و ترانسفورماتورها از نظر تئوری با تولیدات این شین تأمین می نمایند .

هنگام شماره گذاری باس ها در سیستم قدرت آن را با شماره 1 نشان می دهند . اصولاً در این باس یک ژنراتور موجود است ، تا بعلاوه بر مصرفی که دارد بتواند اضافات شبکه از جمله افت را جبران کند زیرا تا قبل از بررسی بار و اطلاع از مقدار جریانها (جریان مصرف و تولید) از مقدار افت اطلاعی در دست نیست. بنابراین پیش بینی شینی با این مشخصات که بتواند بعد از مطالعه افت شبکه را جبران کند ، ضروری است . بنابراین بهتر است که باس اسلک در محلی که از نظر تعداد انشعابات در مرکز ثقل شبکه باشد ، انتخاب

نمود بخصوص باسی که در آن ژنراتور بزرگی باشد یعنی یکی از شین های نامحدود شبکه را در نظر بگیریم تا بتوانیم هر اندازه توان اکتیو و راکتیو که لازم است از این شین بکشیم . پس ملاحظه می گردد که ولتاژ این شین پیش فازتر از سایر شین ها شده است . بنابراین باید در انتخاب این شین دقت کافی مبذول داشت. زیرا یک انتخاب نامناسب نه تنها کمکی به حل معادلات شبکه نمی کند بلکه باعث پیچیدگی آنها شده یا آنها را غیر قابل حل می کند . شین اسلک را می توان یک شین بار در نظر گرفت یعنی اینکه توسط مقدار بار در این شین تلفات را کنترل نمود که البته این عمل چندان خوب و اقتصادی نیست .

1-3- باس بار

به باسی گفته می شود که میزان تولید توان P_G وQ_G در آن مشخص باشد و حدوداً 80% تا 85% از شین های شبکه از این نوع باس می باشند . شین نوع 1 شینی که توان های اکتیو و راکتیو در آن مشخص باشد . برای این گونه شین ها باید ولتاژ و زاویه آن را محاسبه کرد . اگر در شین فقط مصرف وجود داشته باشد در این صورت $P_{Gi}=Q_{Gi}=0$ و به این گونه شین ها که در آنها فقط P_{Li} وQ_{Li} وجود دارند ، شین های بار یا شین های مصرفی (Load Bus) اطلاق می گردد که بصورت کلی در دسته شین های نوع 1 یا PQ قرار می گیرند.

1-4- باس ژنراتور

به باسی اطلاق می گردد که در آن P_{Gi} وV_i معلوم بوده و باید δ_i و Q_{Gi} در این باس محاسبه گردند از نظر تئوری روی این گونه شین ها ژنراتور یا بانک های خازنی وجود دارد لذا محدودیتی روی Q_{Gi} که جزء مجهولات می باشد به صورت $Q_{Gi\max}\le Q_{Gi}\le Q_{Gi\min}$ برقرار است از این رو در محاسبات پخش بار هنگامی که Q_{Gi} مربوط به هر تکرار در شین های از این نوع بدست می آید ، باید برقرار بودن رابطه اخیر بررسی گردد . اگر Q_{Gi} در محدوده مورد نظر باشد که وضعیت مطلوبست و می توان بدون هیچ تغیری در روند کلی به محاسبه ادامه داد . اما اگر $Q_{Gi}>Q_{Gi\min}$ و یا $Q_{Gi\max}>Q_{Gi}$ باشد مقدار Q_{Gi} را روی اندازه حدسی مربوط تثبیت کرده و از آن پس V_i را بعنوان یک مجهول در این باس در نظر

می گیریم . به عبارت دیگر در چنین حالیت شین ژنراتور را به یک شین بار تبدیل نموده و محاسبات را ادامه می دهیم با توجه به این نکته که در تکرارهای بعدی هم صحت رابطه $Q_{Gi\min} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi\max}$ را بررسی می نماییم و هر گاه برقرار بوده و شین i ام را یک شین ژنراتور در نظر می گیریم.

1-5- باس کنترل ولتاژ

باز هم مایلیم که اندازه V_i روی مقدار مشخص باقی بماند اما این عمل نه به کمک تغییر دادن Q_{Gi} بلکه با استفاده از ترانسفورماتور تنظیم کننده ولتاژ و یا ترانسهای Tap دار صورت می پذیرد لذا مجهولات در این شین عبارتند از : δ_i و C که C مشخص کننده نسبت تبدیل ترانسفورماتور می باشد. به عبارت دیگر میتوان چنین بیان داشت که: شین های نوع PV همواره متعلق به نیروگاه هستند و از آنجایی که این نوع شین ها را توسط سیستم کنترل که بر روی توربوژنراتورها عمل می کنند، تنظیم و V_i و P_{Gi} کنترل نمود. پس P و V جزء معلومات به حساب می آیند. برای بهره برداری از ژنراتور باید P_{Gi} و Q_{Gi} در محدوده های مشخص عمل نمایند. اعمال محدودیت بر روی P_{Gi} ساده است، زیرا به سهولت رابطه $P_{Gi_{\min}} \le P_{Gi} \le P_{Gi_{\max}}$ را می توان تنظیم و تثبیت نمود. اما اعمال محدودیت بر روی Q_{Gi} زیاد ساده و سر راست نیست. زیرا این کمیت یکی از مجهولات مسأله در این نوع شین می باشد. می توان طبق زیر عمل کرد:

۱. Q_{Gi} در رابطه $Q_{Gi\min} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi\max}$ صدق می کند در اینصورت به محاسبات ادامه داده و Q_{Gi} محاسبه شده مناسب می باشد.

۲. اگر $Q_{Gi\min} > Q_{Gi}$ باشد در اینصورت Q_{Gi} را برابر $Q_{Gi\min}$ قرار می دهیم.

۳. اگر $Q_{Gi} > Q_{Gi\max}$ باشد در اینصورت Q_{Gi} را مساوی $Q_{Gi\max}$ قرار می دهیم.

هرگاه حالتهای 2 و 3 رخ دهند پس از تنظیم Q_{Gi} به مقدار حدی ذکر شده، اعمال محدودیت ولتاژ بر روی شین مورد بحث برداشته می شود، یعنی v_i مجهول می گردد و Q_{Gi} جزء معلومات به شمار می آید. در اینصورت اصولاً شین نوع (۲) به شین نوع (۱) مبدل می شود. ما همواره به آزمایش کردن Q_{Gi} مبنی در این که در رابطه $Q_{Gi\min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi\max}$ صدق می کند یا نه ادامه می دهیم. در صورت صادق بود این رابطه دوباره شین مورد بحث به شین نوع ۲ مبدل می شود.

برای حل مساله پخش بار ، از آنجایی که معادلات کلی پخش بار ، معادلات غیر خطی هستند لذا باید برای حل این معادلات از روشهای عددی که مبتنی بر تکرارند ، استفاده نمود .

با توجه به توضیحات بالا برای هر باس 2 پارامتر دیگر نیز معلوم فرض می شود، پس 2n معادله جبری غیر خطی و 2n مجهول داریم که باید با یکی از روشهای پایین حل گردند :

۱. گوس Gauss
۲. گوس – سایدل Gauss –Seidel
۳. Relaxation
۴. نیوتون –رافسون Newton –Raphson

1-6- روش مستقیم برای حل معادلات خطی جبری

معادلات چند مجهوله :

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= y_1 \\
f_2(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= y_2 \\
&\vdots \\
f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) &= y_n
\end{aligned}
$$

دستگاه فوق غیر خطی خواهد بود اگر چنانچه هر یک از f_i غیر خطی باشند . اگر بصورت ماتریس بیان گردد:

AX = Y

برای حل توسط ماتریس سیستم معادلات خطی روبرو را در نظر می گیریم :

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1
\end{aligned}
$$

ماتریس A را اگر بصورت دترمینال در نظر بگیریم :

$$
|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & 43 & a_{44} \end{vmatrix}
$$

حال $|A_1|$ را چنین تعریف می کنیم که ستون y_i را بجای ستون اول در دترمینال قرار می دهیم :

$$
|A_1| = \begin{vmatrix} y_1 & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ y_2 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ y_3 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ y_4 & a_{42} & 43 & a_{44} \end{vmatrix}
$$

با فرض $|A| \neq 0$ باشد می توان x_i را چنین محاسبه نمود :

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|} \qquad x_2 = \frac{|A_2|}{|A|} \qquad x_3 = \frac{|A_3|}{|A|} \qquad x_4 = \frac{|A_4|}{|A|}$$

حال قبل از اینکه به سراغ روش اول (Gauss) برویم بد نیست که روش بدست آوردن و محاسبه ماتریس معکوس و ارائه الگوریتم کامپیوتری را در این قسمت توضیح دهیم :

$$Y = [A]X$$

$$\rightarrow X = [A]^{-1}Y$$

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \\ y_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \\ &\vdots \\ y_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n \end{aligned}$$

و اگر بر حسب x_i حل کنیم داریم :

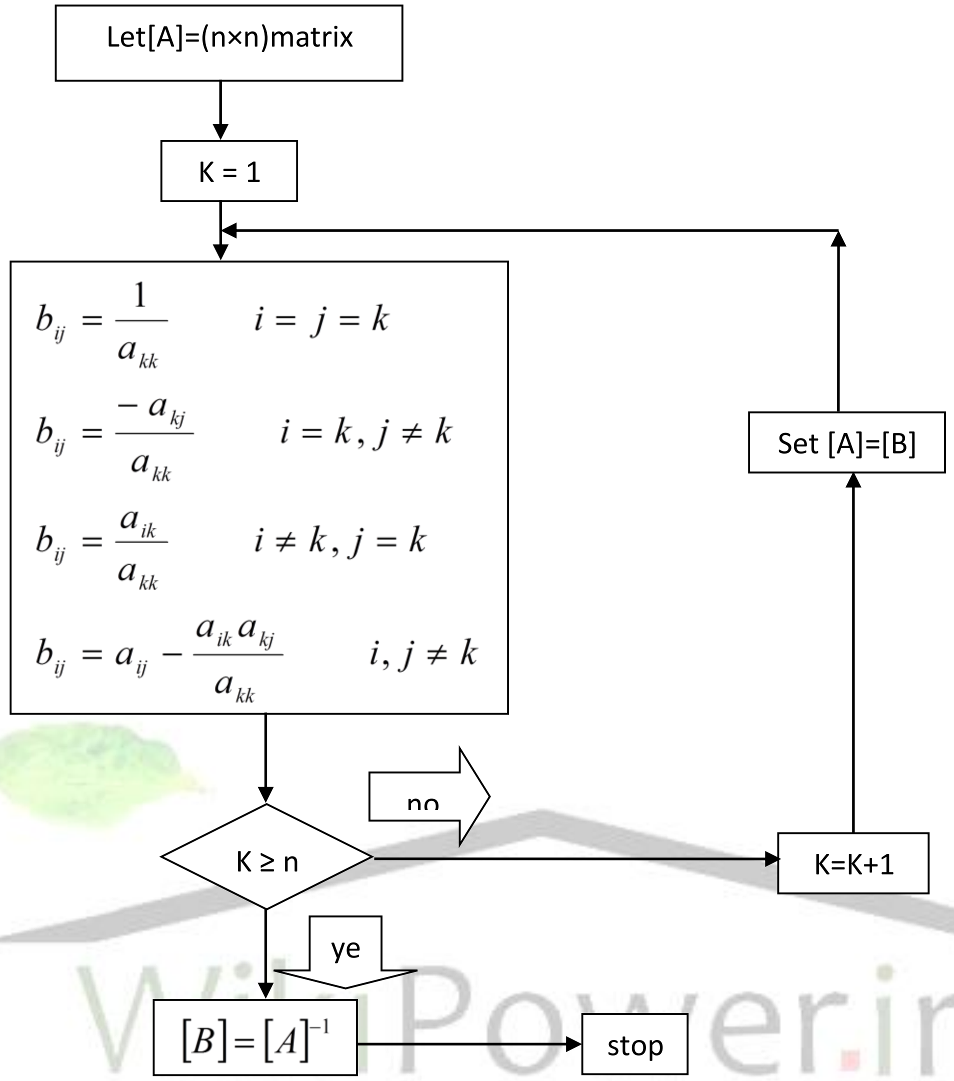
$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}y_1 - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 - \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3 - \ldots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n$$

$$x_2 = \ldots$$

و با فرض $b_{11} = \frac{1}{a_{11}}$, $i, j \neq 1, b_{ij} = -\frac{a_{1j}}{a_{11}}$ داریم: $b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{ij}a_{1j}}{a_{11}}$

$$\begin{aligned} x_1 &= b_{11}y_1 + b_{12}x_2 + \ldots + b_{1n}x_n \\ y_2 &= b_{12}y_{21} + b_{22}x_2 + \ldots + b_{2n}x_n \\ &\vdots \\ y_n &= b_{n1}y_1 + b_{n2}x_2 + \ldots + b_{nn}x_n \end{aligned}$$

و با فرض $c_{22} = \frac{1}{b_{22}}$, $j \neq 2$ $i, j \neq 2, c_{2j} = -\frac{b_{2j}}{b_{22}}$ $c_{ij} = b_{ij} = \frac{b_{i2}b_{2j}}{b_{22}}$ که اگر بصورت الگوریتم بیان کنیم می توان بصورت فلوچارت زیر بیان داشت:


Let[A]=(n×n)matrix
K = 1
$b_{ij} = \frac{1}{a_{kk}} \quad i = j = k$
$b_{ij} = \frac{-a_{kj}}{a_{kk}} \quad i = k, j \neq k$
$b_{ij} = \frac{a_{ik}}{a_{kk}} \quad i \neq k, j = k$
$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{ik} a_{kj}}{a_{kk}} \quad i, j \neq k$
Set [A]=[B]
no
K ≥ n
K=K+1
ye
$[B]=[A]^{-1}$
stop

فصل دوم

روش گوس Gauss و گوس سایدل

2-1- روش گوس Gauss

ابتدا معادلات خطی روبرو را در نظر می گیریم:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 = y_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 = y_2$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 = y_3$$
$$a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 = y_4$$

طرفین معادله اول را بر ضریب x_i یعنی $a_{11} \neq 0$ تقسیم می کنیم:

$$x_i + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 = \frac{y_1}{a_{11}} = g_1$$

و حال طرفین را در a_{21} ضرب کرده و از معادله اول کم می کنیم:

$$(a_{21} - a_{21})x_1 + (a_{22} - a_{21}b_{12})x_2 + \ldots = y_2 - a_{21}g_1$$
$$\Rightarrow a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + a_{24}^{(1)}x_4 = y_2^{(1)}$$
$$\text{بافرض} \quad : a_{22}^{(1)} = (a_{22} - a_{21}b_{12}), \ldots$$

و به همین ترتیب برای بقیه به مشابه عمل می کنیم.

بدین ترتیب داریم:

$$x_2 + \frac{a_{23}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}x_3 + \frac{a_{24}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}x_4 = \frac{y_2^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$$
$$x_2 + b_{23}x_3 + b_{24}x_4 = g_2$$
$$\vdots$$
$$a_{33}^{(2)}x_3 + a_{34}^{(2)}x_4 = y_3^{(2)}$$
$$a_{43}^{(2)}x_3 + a_{44}^{(2)}x_4 = y_4^{(2)}$$

و اگر برای معادله سوم ادامه دهیم:

$$x_3 + b_{34}x_4 = g_3$$

و برای معادله چهارم داریم:

$$a_{44}^{(3)} x_4 = y_4^{(3)}$$

پس در نهایت داریم:

$$x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 = g_1$$
$$x_2 + b_{23}x_3 + b_{24}x_4 = g_2$$
$$x_3 + b_{34}x_4 = g_3$$
$$x_4 = g_4$$

و جواب نهایی بصورت زیر محاسبه می گردد:

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - \frac{a_{ik}^{(k-1)} a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \qquad i, j \geq k+1$$

$$y_i^{(k)} = y_i^{(k-1)} - \frac{a_{ik}^{(k-1)} y_k^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \qquad i \geq k+1$$

$$b_{kj} = \frac{a_{kj}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}} \leftarrow j \geq k+1 \qquad g_k = \frac{y_k^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}$$

$$\Rightarrow x_i = g_i - \sum_{j=i+1}^{n} b_{ij} x_j \qquad i = n, n-1, \ldots, 2, 1$$

ابتدا معادلات بارگذاری باس را بررسی می کنیم و سپس متد گوس را بدست می آوریم.

توان راکتیو و حقیقی در باس i ام چنین است:

$$P_i = jQ_i = E_i^* I_i$$
$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*}$$

اگر چنانچه y_i ادمیتانس موازی مجموع با باس مورد نظر باشد آنگاه $y_i E_i$ جریان تزریقی از باس i ام به زمین خواهد بود:

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*} - y_i E_i$$

جریان گذرا بین باس i و j از باس i ام چین است:

$$I_{ij} = (E_i - E_j)y_{ij} + E_i \frac{y'_{ij}}{2}$$

$y_{ij} =$ ادمیتانس خط

$y'_{ij} =$ مجموع ادمیتانس line charging

$$p_{ij} - jQ_{ij} = E_i^*(E_i - E_j)y_{ij} + E_i^* E_j \frac{y'_{ij}}{2}$$

برای بررسی شیوه عمل و بدست آوردن جواب دستگاه به فرم $F_i = (x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \leftarrow 1 \le i \le n$ در نظر می گیریم. که x_1 تا x_n مجهول هستند.

$$x_i = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$$

ابتدا مجهولات مقادیر اولیه به صورت $x_1^{(0)}$ تا $x_n^{(0)}$ در نظر میگیریم و با کمک معادله فوق مقدارهای این مجهولات را به جوابهای واقعی نزدیک می کنیم. مثلاً در اولین برای x_i داریم:

$$x_i^{(1)} = f_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_i^{(0)}, \ldots x_n^{(0)})$$

و بطور کلي:

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k-1)}, x_2^{(k-1)}, \ldots, x_i^{(k-1)}, \ldots x_n^{(k-1)})$$

پس از پایان هر مرحله از تکرار کلیه متغیرها را بصورت زیر بدست می آوریم:

$$\Delta x_i = x_i^k - x_i^{k-1}$$

و چنانچه داشته باشیم:

$$\Delta x_i < \varepsilon, \forall_i$$

آنگاه می توانیم بگوییم که همگرایی حاصل گردیده است.

2-2- متدهایی برای حل معادلات غیر خطی جبری

2-2-1- روش گوس

در روش گوس برای سیستم های ذکر شده داریم:

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &= y_1 \\
f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &= y_2 \\
&\vdots \\
f_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &= y_n
\end{aligned}
$$

برای انجام تکرار معادلات را به فرم زیر در می آوریم:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= y_1 + \phi_1(x_2, x_3, \dots, x_n) \\
x_2 &= y_2 + \phi_2(x_1, x_3, \dots, x_n) \\
&\vdots \\
x_n &= y_n + \phi_n(x_1, x_3, \dots, x_{n-1})
\end{aligned}
$$

که با یک تقریب می توان به حل اولیه رسید:

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$$

و پس از آن مقادیر تقریبی جدیدتر بدست می آیند:

$$x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$$

و به همین ترتیب ادامه می یابد تا به تلرانس مورد نظر برسد.

لازم به ذکر است که روش تقریبی تکرار گفته شده برای هر دو نوع معادلات سیستمهای خطی و غیر خطی قابل اجرا است.

2-2-2- روش تکرار گوس با استفاده از Ybus (Gauss iterative method using Ybus)

فرمول جریان همانطور که گفته بودیم چنین است بجز باس اسلک (slack):

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*}$$

$$\overline{I}_{bus} = y_{bus}\overline{E}_{bus} \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,n \\ i \neq s \end{cases}$$

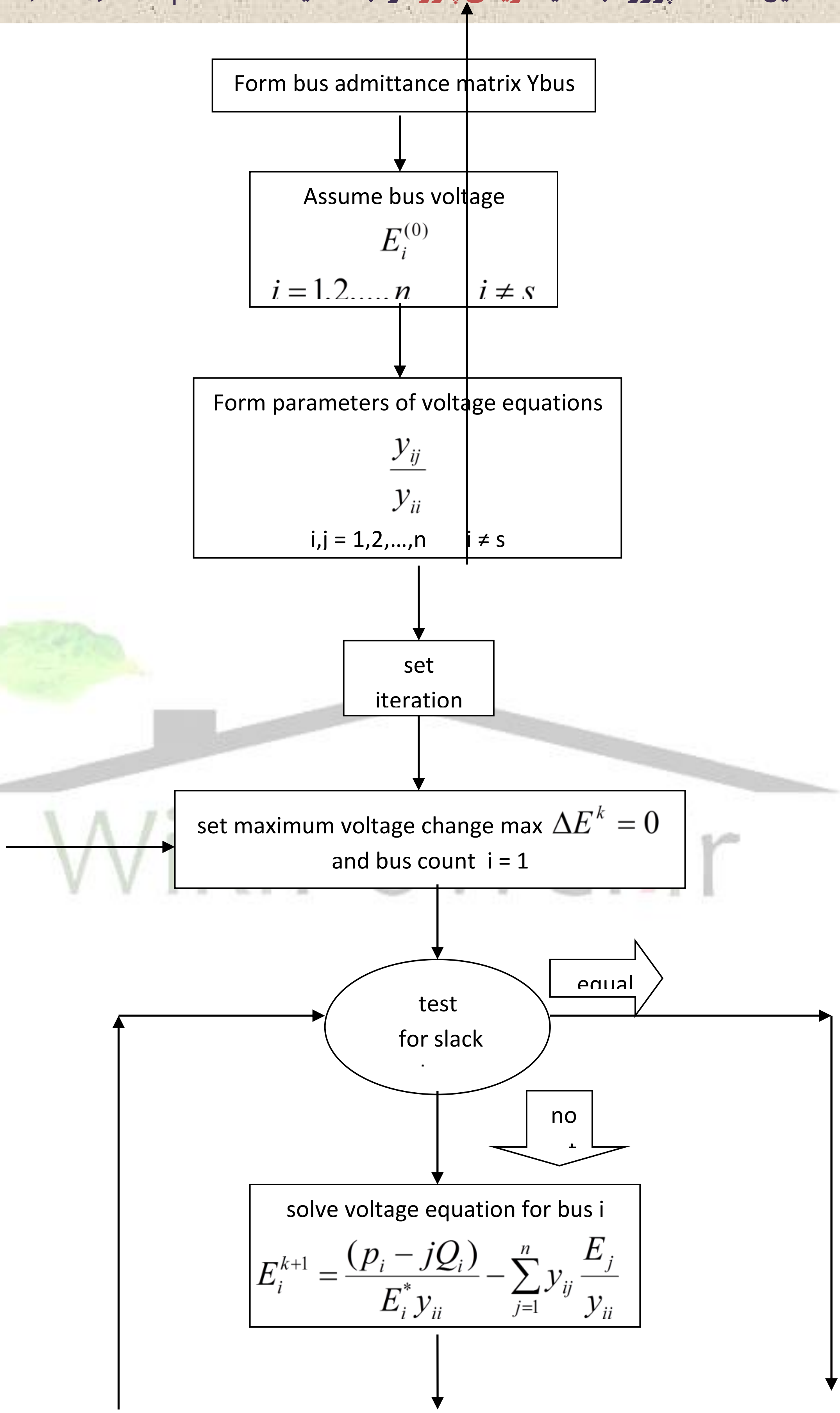
با انتخاب باس مرجع به عنوان زمین می توان گفت:

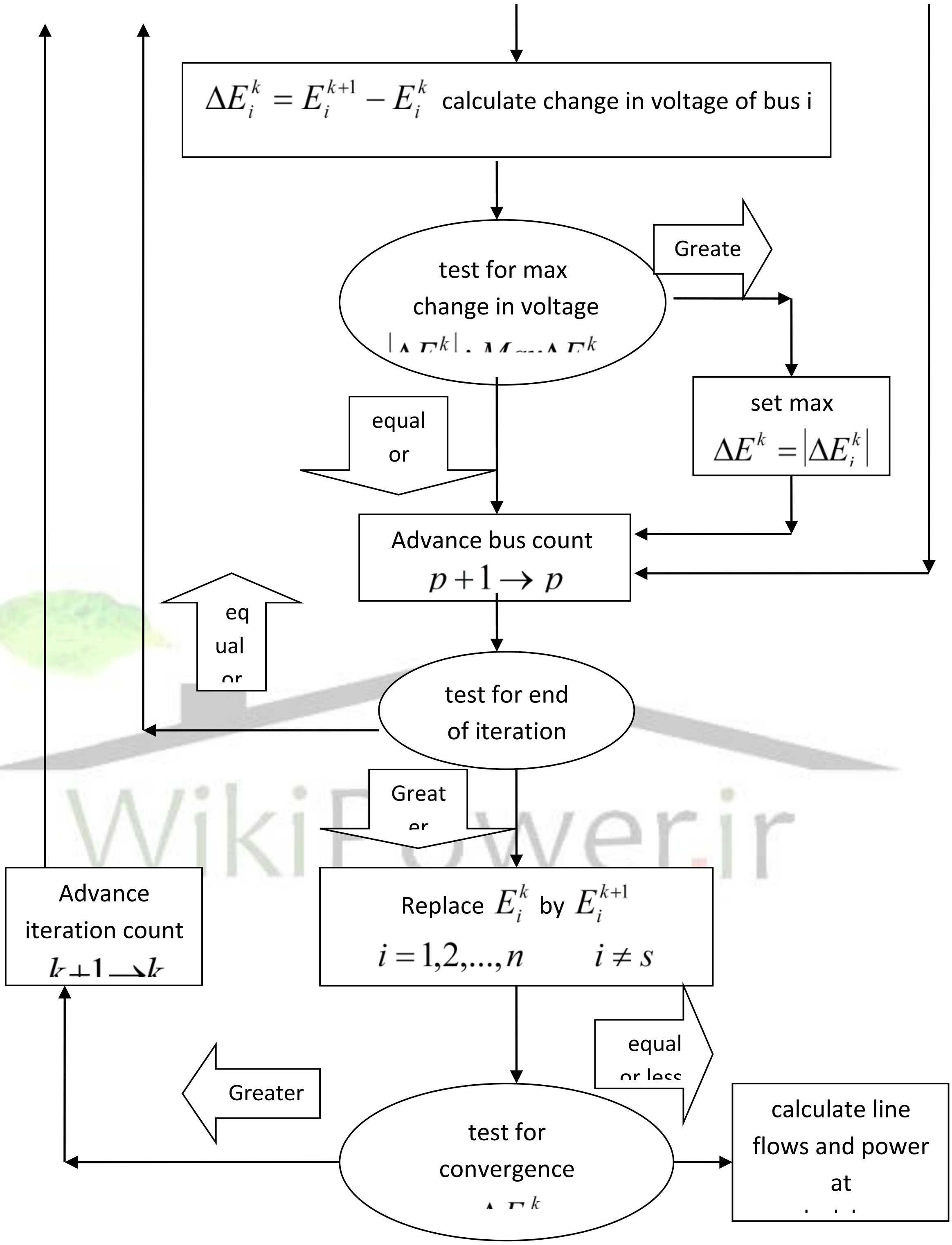
$$v_i = \frac{1}{y_{ij}}(I_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} y_{ij}E_{ij}) \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,n \\ i \neq s \end{cases}$$

جریان از فرمول اول بدست آمده و ولتاژ مرجع و سایر باسها هم در فرمول بالا قرار می گیرند تا ولتاژهای تکرار بعدی بدست آیند و این امر ادامه می یابد تا اینکه ولتاژ (در همه باسها) به مقدار غیر قابل قبولی برسد.

از ترکیب دو فرمول بالا می توان بطور کلی بیان داشت:

$$V_i = \frac{1}{y_{ij}}(\frac{P_i - jQ_i}{v_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} y_{ij}E_j)$$


Form bus admittance matrix Ybus
Assume bus voltage
$E_i^{(0)}$
$i = 1,2,\ldots,n \qquad i \neq s$
Form parameters of voltage equations
$\frac{y_{ij}}{y_{ii}}$
i,j = 1,2,...,n i ≠ s
set iteration
set maximum voltage change max $\Delta E^k = 0$
and bus count i = 1
test for slack
equal
no
solve voltage equation for bus i
$E_i^{k+1} = \frac{(p_i - jQ_i)}{E_i^* y_{ii}} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} \frac{E_j}{y_{ii}}$



فلوچارت 1 – فلوچارت روش گوس با استفاده از Ybus

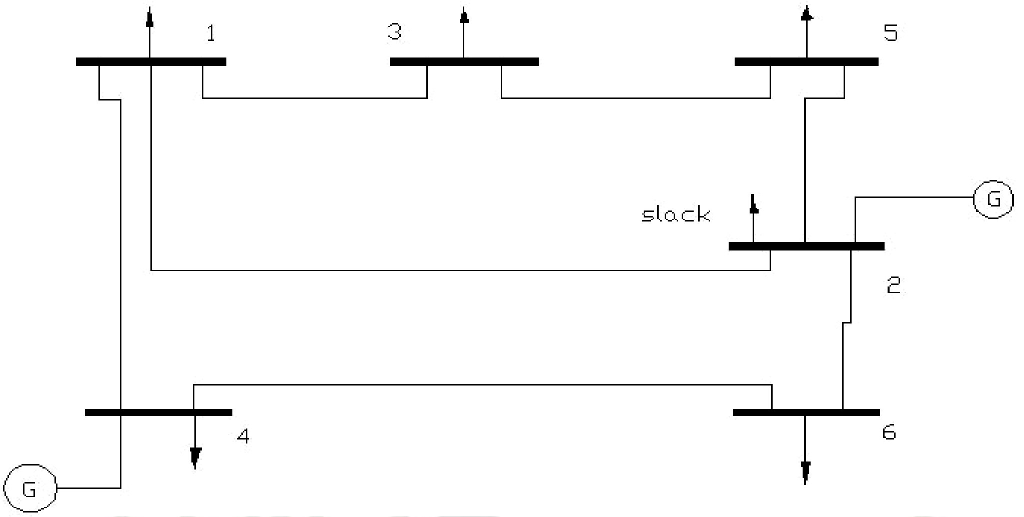
3-2-2- روش تکرار گوس با استفاده از Zbus — Gauss iterative method using Zbus

اتصالات موازی با هر باس بصورت منبع جریان در نظر گرفته شده است.

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{E_i^*} - y_i E_i \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,n \\ i \neq s \end{cases}$$

$$\overline{E}_{bus} = Z_{bus}\overline{I}_{bus} + \overline{E}_R$$

اگر بطور مثال شبکه زیر را در نظر بگیریم:



(شکل 2)

آنگاه معادله تکرار ما بصورت زیر خواهد بود با توجه به اینکه باس 2 اسلک بوده داریم:

$$E_i^{k+1} = E_2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{6} Z_{ij} I_j^k \qquad i = 1,3,4,5,6$$

که در آن:

$$I_j^k = \frac{P_j - jQ_j}{(E_j^k)} - y_j E_j^*$$

برای روشن شدن بیشتر مطلب در پایان بحث مثالی از کاربرد کلی آورده شده است.

3-2- روش گوس سایدل — Gauss-Seidel

روش گوس سایدل مبتنی بر یک الگوریتم تکرار است که به منظور حل معادلات غیر خطی کاربرد فراوانی دارد. اول از همه باید یک سری حدس اولیه زد و بعد از آن جوابهای حدس زده شده را به ترتیب زیر بکار میبریم:

۱. از معادله اول استفاده کرده و مقادیر جدید را با توجه به قرار دادن حدس های اولیه محاسبه می کنیم.
۲. از معادله دوم به جای حالت قبل استفاده کرده و با استفاده از مقادیر جدید حالت 1 و حدسهای اولیه سایر متغیرها را بدست می آوریم.
۳. از معادله سوم استفاده کرده و مقادیر آنرا با توجه به متغیرهای بدست آمده در حالت اول و دوم و همچنین حدس اولیه بدست می آوریم.

⋮

n. به همین ترتیب ادامه می دهیم تا به آخر برسیم.

بعد از این مرحله میتوان گفت که اولین مرحله تکرار خاتمه یافته است. برای شروع مرحله دوم از جوابهای بدست آمده در انتهای مرحله قبل استفاده می کنیم و به ترتیب قبلی عمل می نمائیم. تا اینکه مرحله دوم تکرار نیز تمام شود. بدین طریق و بطور مشابه سایر مراحل را انجام می دهیم و این عمل را آنقدر تکرار می کنیم تا لحظه ای که تفاضل متغیرها در دو مرحله متوالی بسیار کوچک شود. در این صورت حل نهائی مسأله حاصل گشته و به عبارت ساده تر همگرایی (convergence) تحقق یافته است.

مسأله همگرایی به حدس های اولیه بستگی دارد و این حدسهای اولیه به خاطر تجارب عملی کاملاً مشخص هستند. البته اگر قبل از وارد شدن به تکرار بعدی یا مرحله بعدی محاسبات، مقدار حاصله در تکرار یا مرحله قبل را با ضریبی از آن جمع کنیم مثلاً:

$$x_i^k = x_i^{k-1} + \delta \Delta x_i \qquad \delta \geq 1$$

آنگاه همگرایی سریعتر خواهد شد. این ضریب (δ) را ضریب تسریع یا ضریب شتاب گویند و در روش گوس سایدل عدد 1.6 ضریب تسریع نسبتاً خوبی است.

استراتژی محاسبات در هر یک از انواع شین ها مختلف می باشد. در مورد شین نوع اسلک اعمال روش تکرار گوس سایدل لزومی ندارد. در هر مرحله از تکرار از روی این شین جهش کرده و به سراغ شین بعدی میرویم.

در مورد شین بار از معادله مقابل استفاده نموده و مزدوج آنرا محاسبه می کنیم:

$$S_{Gi} - S_{Li} = \sum_{j=1}^{n} v_i v_j^* y_{ij}^*$$

$$S_{Gi}^* - S_{Li}^* = \sum_{j=1}^{n} v_i^* v_j y_{ij}$$

$$= v_i^* v_i y_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} v_i^* v_j y_{ij}$$

$$\Rightarrow v_i = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{v_i^* y_{ij}} - \frac{1}{y_{ij}} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} v_i y_{ij} \qquad (I)$$

در هر مرحله از تکرار مقادیر S_{Li}^*, S_{Gi}^* ، [Ybus] برای این شینها معلوم هستند. از معادله فوق استفاده کرده و ولتاژ $v_i = v_i \angle \delta_i$ را در تکرار بعدی حساب می کنیم.

در شین کنترل ولتاژ مایلیم که مقدار ولتاژ ثابت باقی بماند. اما این امر همواره امکان پذیر نیست و به مقدار Q_{Gi} بستگی دارد لذا در تکرار معین، v_i ممکن است الزاماً v_i خواسته شده (v_{ispec}) نباشد. ابتدا در هرکدام از تکرارها که باشیم مقدار فعلی ولتاژ را در نظر میگیریم و با v_{io} آنرا نشان میدهیم (یعنی: $v_i = v_{io} = v_{io} \angle \delta_{io}$) سپس با استفاده از رابطه مقابل که قبلاً بدست آورده ایم توان Q_{Gi} را حساب میکنیم:

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_{ispec} v_j y_{ij} \sin(\delta_{io} - \delta_j - \theta_{ij}) \qquad (II)$$

حال Q_{Gi} را در رابطه $Q_{Gi_{\min}} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\max}}$ آزمایش می کنیم. اگر این رابطه بر قرار بود از رابطه (I) استفاده کرده و مقدار تقریبی بعدی ولتاژ v_i را حساب می کنیم. باید در سمت راست رابطه برای v_i

از v_{ispec} و δ_{io} استفاده شود. حال مقدار جدید ولتاژ v_i را تنظیم کرده و مساوی v_{ispec} قرار میدهیم و زاویه جدید آن δ_i خواهد بود. پس از این مرحله به شین بعدی میرویم. اگر $Q_{Gi} > Q_{Gi_{\max}}$ شود در این صورت Q_{Gi} را مساوی $Q_{Gi_{\max}}$ قرار داده و v_i را مساوی v_{io} می گذاریم. در این صورت باس کنترل ولتاژ بصورت باس بار در می آید، و اگر $Q_{Gi} < Q_{Gi_{\min}}$ گردید در اینصورت Q_{Gi} را برابر $Q_{Gi_{\min}}$ قرار می دهیم و v_i را مساوی v_{io} می گذاریم. در اینصورت در بقیه مرحله تکرار با این شین کاری به مشابه شین بار انجام میدهیم. در برنامه های محاسباتی همواره یک عدد به عنوان ماکزیمم تکرارها در نظر گرفته می شود. اگر مسأله پس از این تعداد تکرار همگرا شد، قدم بعدی محاسبات توانهای انتقالی در خطوط انتقال می باشد که با استفاده از رابطه مقابل توان انتقالی از شین i به شین j محاسبه می گردد:

$$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$$

سپس در شین اسلک با استفاده از روابطی که قبلاً گفته شده S_{Gi}, S_{Ti} را حساب میکنیم. برای شینهای نوع کنترل ولتاژ نیز Q_{Ti} را محاسبه می کنیم و با استفاده از آن Q_{Gi} را بدست می آوریم.

2-3-1- روش گوس سایدل برای حل دستگاههای معادلات غیر خطی

تنها تفاوت موجود در این است که در متد گوس سایدل برای بدست آوردن مقدار x_i در مرحله تکرار k ام بجای x_1^{k-1} تا x_{i-1}^{k-1} از x_1^k تا x_{i-1}^k که قبلاً بدست آمده اند استفاده می کنیم.

$$x_i^{(k)} = f_i(x_1^{(k)},\dots,x_{i-1}^{(k)}, x_i^{(k-1)},\dots,x_n^{(k-1)})$$

سایر مراحل تکرار مثل قبلی است.

2-3-2- روش تکرار گوس سایدل در حل معادلات جبری خطی

معادلات خطی از سیستم را مثل روبرو در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= y_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= y_2 \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= y_3 \\
a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= y_4
\end{aligned}$$

از معادله اول می توان بدست آورد:

$$a_{11}x_1 = y_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4$$

و با تقسیم طرفین بر a_{11} داریم:

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}(y_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - a_{14}x_4)$$

به همین ترتیب برای بقیه میتوان نوشت:

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}}(y_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - a_{24}x_4)$$

$$x_3 = \frac{1}{a_{33}}(y_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - a_{34}x_4)$$

$$x_4 = \frac{1}{a_{44}}(y_4 - a_{41}x_1 - a_{42}x_2 - a_{43}x_3)$$

حال مقادیر اولیه برای x_i ها در نظر میگیریم و تکرار را شروع میکنیم. به عنوان مثال می توان چنین گفت:

$$x_1^{(0)} = \frac{y_1}{a_{11}} \qquad x_2^{(0)} = \frac{y_2}{a_{22}} \qquad x_3^{(0)} = \frac{y_3}{a_{33}} \qquad x_4^{(0)} = \frac{y_4}{a_{44}}$$

حال فرمول را بصورت جامع تر در نظر می گیریم:

$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}$ مقادیر اولیه

(متد گوس)

$$(I)\qquad \begin{aligned} x_1^{k+1} &= \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2^k - \frac{a_{13}}{a_{11}}x_3^k - \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n^k \\ x_2^{k+1} &= \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1^k - \frac{a_{23}}{a_{22}}x_3^k - \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n^k \\ &\vdots \\ x_n^{k+1} &= \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1^k - \frac{a_{n2}}{a_{nn}}x_2^k - \dots - \frac{a_{n.n-1}}{a_{nn}}x_{n-1}^k \end{aligned}$$

(متد گوس سایدل)

$$(II)\qquad \begin{aligned} x_1^{k+1} &= \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}}x_2^k - \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n^k \\ x_2^{k+1} &= \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}}x_1^{k+1} - \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n^k \\ &\vdots \\ x_i^{k+1} &= \frac{y_i}{a_{ii}} - \frac{a_{i1}}{a_{ii}}x_1^{k+1} - \dots - \frac{a_{i.i-1}}{a_{ii}}x_{i-1}^{k+1} - \frac{a_{i.i+1}}{a_{ii}}x_{i+1}^k - \dots - \frac{a_{in}}{a_{ii}}x_n^k \\ x_n^{k+1} &= \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1^{k+1} - \dots - \frac{a_{n.n-1}}{a_{nn}}x_{n-1}^{k+1} \end{aligned}$$

[4]

2-3-3- روش Improved G.S برای حل دستگاههای معادلات غیر خطی

این نیز تنها به مانند گوس سایدل دارای یک تفاوت جزئی می باشد و خیلی شبیه روشی است که گفته شد. تفاوت بین این دو روش در این است که در متد جدید مقادیر مجهولات در مرحله k ام بصورت زیر محاسبه می گردند:

$$\begin{aligned} x_i^{(k)} &= f_i(x_1^{(k)},\dots,x_{i-1}^{(k)},x_i^{(k-1)},x_{i+1}^{(k-1)},\dots,x_n^{(k-1)}) \\ \Delta x_i &= x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \\ x_i^k &= x_i^{k-1} + \delta\Delta x_i \qquad (\delta > 1) \end{aligned}$$

که δ را ضریب شتاب می نامند و سریع تر همگرا می گردند یعنی به تکرارهای کمتری نیاز است تا به جواب برسیم که مقدار پیش نهادی برای δ ، $1.5 < \delta < 1.7$ است و بطور تقریبی $\delta \approx 1.6$ است.

برای توضیح بیشتر به مثال زیر از روش گوس سایدل توجه می کنیم:

مثال: از معادله زیر مقابل را حل کنید.

$$f(x) = x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x = \frac{1}{5}x^2 + \frac{4}{5} \qquad or \qquad x = \frac{5x-4}{x}$$

حال مقدار اولیه برای x در نظر گرفته و بکمک رابطه $x^k = F(x^{k-1})$ سعی در بهبود آن مقدار می کنیم.

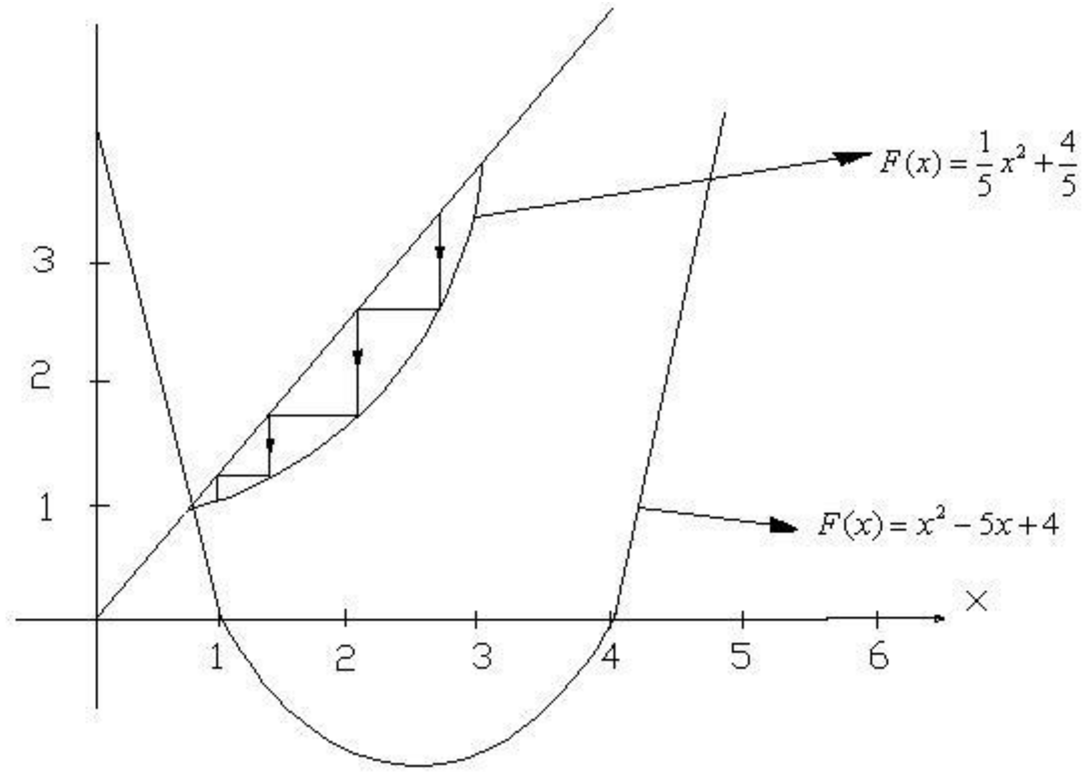
با فرض دو حالت برای مقدار اولیه انجام می دهیم. فرض $\left.\begin{matrix} x(0) = 3 \\ x(0) = 5 \end{matrix}\right\}$

تعداد تکرارها (k)	$x^{(k)}$	$x^{(k)}$
0	3.0000	5.0000
1	2.6000	5.8000
2	2.1520	7.5280
3	1.7260	12.1340
4	1.3960	30.2470
5	1.1890	183.7820
6	1.0830	6756.0290
7	1.0300	
8	1.0140	

می دانیم که معادله دارای دو ریشه 1 و4 است.

همانطور که دیده شد اگر از فرض اولیه x(0)=3 شروع کنیم به جواب میرسیم ولی برای x(0)=5 از جواب خیلی دور شدیم و به جواب نرسیدیم.

اگر نمودار معادله را رسم کنیم متوجه اختلاف موجود در فرض اولیه می شویم.



(شکل 3)

ولی خوشبختانه مقدار تقریبی مجهولات پخش بار مشخص است.

ایراد دوم برای رسیدن به جواب سرعت همگرایی پایین بوده و نیاز به تکرارهای زیادی دارد.

2-3-4- روش G.S در حل مسأله پخش بار

دیدیم که در یک شبکه قدرت در حالت کلی چهار نوع شین وجود دارد که پارامترهای معلوم و مجهول هر کدام از شینها را در جدول آوردیم. از آنجا که محاسبات پخش بار در هر کدام از شینها به صورتی انجام می شود حال روش انجام محاسبات را در هر نوع شین جداگانه بررسی می نمائیم:

2-3-5- شین اسلک

انجام محاسبات تکراری در شین اسلک لزومی ندارد و در هر تکرار از روی این شین گذر می کنیم، و تنها پس از حاصل شدن همگرائی P_{Gi} و Q_{Gi} مربوط به این شین را از روابط زیر بدست می آوریم:

$$P_{Gi} = P_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

2-3-6- شین بار

$$S_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} v_i v_j^* y_{ij}$$

$$S_{Ti} = S_{Gi} - S_{Li} \qquad \Rightarrow \qquad S_{Gi} - S_{Li} = \sum_{j=1}^{n} v_i v_j^* y_{ij}$$

اگر مزدوج را برای طرفین حساب کنیم:

$$S_{Gi}^* - S_{Li}^* = \sum_{j=1}^{n} v_i^* v_j y_{ij}$$

$$= v_i^* v_j y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{n} v_i^* v_j y_{ij}$$

حال v_i را بدست می آوریم:

$$v_i = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{v_i^* y_{ii}} - \frac{1}{y_{ii}} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}}^{n} v_i y_{ij} \qquad (I)$$

برای باس بارها درهر مرحله از تکرار S_{Li}^*, S_{Gi}^* و همینطور Ybus معین می باشند لذا می توان از معادله (I) استفاده کرد و ولتاژ v_i را در تکرار بعدی حساب کرد. از آنجا که معادله (I) یا معادله مختلط می باشد به کمک آن هم دامنه و هم فاز ولتاژ یعنی v_i و δ_i محاسبه می گردند.

2-3-7- شین ژنراتور

همانطور که قبلاً ذکر شد در شین ژنراتور خواست ما این است که ولتاژ دارای دامنه مورد نظر باشد یعنی داشته باشیم:

$$v_i = v_{ispec}$$

اما به علت محدودیت موجود روی Q_{Gi} ممکن است این امر میسر نگردد لذا محاسبات را در این نوع شینها بصورت زیر انجام می دهیم:

مقدار فعلی ولتاژ را بصورت $v_i = v_{io}\angle\delta_{io}$ در نظر گرفته ابتدا از رابطه زیر Q_{Gi} را محاسبه می کنیم:

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_{ispec} v_j y_{ij} \sin(\delta_{io} - \delta_j - \theta_{ij}) \qquad (II)$$

اگر Q_{Gi} در محدوده $(Q_{Gi_{min}}, Q_{Gi_{max}})$ قرار داشت، با استفاده از رابطه (I) ولتاژ را برای مرحله بعد پیدا میکنیم. در این حالت در سمت راست معادله (I) v_i بصورت $v_{ispec}\angle\delta_i$ محاسبه می نمائیم. بدین شکل مقدار جدید ولتاژ v_i بصورت $v_i\angle\delta_i$ بدست می آید که ما آنرا به فرم $v_i = v_{ispec}$ در تکرار بعدی بکار میبریم. اما اگر $Q_{Gi} \le Q_{Gi_{min}}$ و یا $Q_{Gi} \ge Q_{Gi_{max}}$ گردد، Q_{Gi} را برابر مقدار حدی قرار داده و v_i را بصورت $v_{io}\angle\delta_{io}$ در محاسبات بکار می بریم. در ین صورت شین ژنراتور بصورت شین بار در می آید و در مرحله بعدی یک مرحله شین بار در نظر گرفته می شود.

2-3-8- شین کنترل ولتاژ

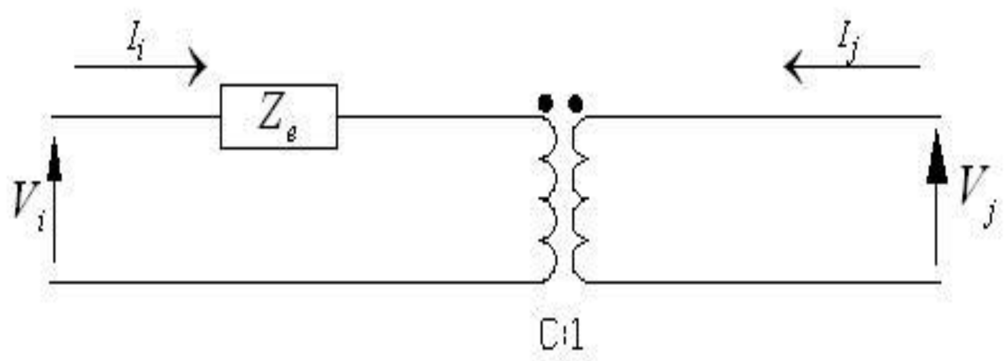
در تقسیم بندی شینها در این مبحث لفظ شین کنترل ولتاژ را برای شینهایی که روی آنها ترانسفورماتور تنظیم کننده و یا ترانس دارای tap changer بکار ببریم. و این امر بدان سبب بوده که روش محاسبات در چنین شینهایی با آنچه در شین ژنراتور انجام می گرفت متفاوت است. با این توضیح در آخرین مرحله از این بخش روش انجام محاسبات پخش بار را در شینهای کنترل ولتاژ بررسی می کنیم. می دانیم نسبت تبدیل یک ترانس تنظیم کننده عددی مختلف به صورت $C = c\angle\alpha$ می باشد که می توان C و α را بصورت جداگانه در محدوده معینی، بصورت پله ای تغییر داد.

در اغلب موارد داریم:

$$0.9 \le C \le 1.1 \qquad \Delta C = 0.025$$

$$-10^\circ \le \alpha \le 10^\circ \qquad \Delta\alpha = 2.5^\circ$$

فرض می کنیم چنین ترانسفورماتوری بین شینهای i و j یک شبکه قرار گرفته باشد تا به این وسیله ولتاژ شین i کنترل گردد.



(شکل 4)

طبق تئوری شبکه های دو قطبی می توان ادمیتانس های اتصال کوتاه را برای مدار فوق که شامل یک ترانسفورماتور ایده آل می باشد، بصورت زیر بدست آورد:

$$I_i = y_{ii} v_i + y_{ij} v_j$$

$$I_j = y_{ij} v_i + y_{jj} v_j$$

$$\Rightarrow \qquad y_{ii} = \frac{I_i}{v_i}\Big|_{v_j=0} = y_e$$

$$y_{ij} = \frac{I_i}{v_j}\Big|_{v_i=0} = -c y_e \qquad (III)$$

$$y_{ji} = \frac{I_j}{v_i}\Big|_{v_j=0} = -c^* y_e$$

$$y_{jj} = \frac{I_j}{v_j}\Big|_{v_i=0} = c^2 y_e$$

از آنجا که با تغییر c به اندازه v_i و با تغییر α مقدار p_{ij} دستخوش تغییر می گردد، محاسبات پخش بار را در این نوع شین های کنترل

ولتاژ بدین ترتیب انجام می دهیم که ولتاژ فعلی شین i را v_{io} فرض کرده، در نخستین مرحله v_{io} را با v_{ispec} مقایسه می کنیم. اگر ولتاژ پایین بود، C را به میزان یک گام Δc زیاد می کنیم. اگر ولتاژ پایین نبود و بالا بود C را به میزان یک گام Δc کم می نمائیم. حتی اگر لازم باشد C را بیش از یک گام Δc تغییر دهیم تا ولتاژ در محدوده مناسبی قرار گیرد این کار را نکرده و به همان یک گام اکتفا می کنیم چرا که با این عمل می توان امید داشت در مرحله بعدی خطای موجود در v_i به اندازه قابل قبول کاهش یابد در مرحله بعد p_{ij} را محاسبه می نمائیم. اگر از تلفات ترانسفورماتور صرف نظر کنیم می توان رابطه زیر را برای این منظور بکار برد.

$$
\begin{aligned}
&P_{ij} = \mathrm{Re}(v_i I_i^*) \\
&\rightarrow I_i = y_e v_i - c y_e v_j \\
&P_{ij} = \mathrm{Re}(v_i y_e^* v_i^* - v_i c^* y_e^* v_j{}^*) \\
&\qquad = v_i^2 y_e \cos\theta_e - v_i v_j c y_e \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_e - \alpha)
\end{aligned}
$$

حال میزان تغییرات p_{ij} در اثر تغییر α به اندازه Δα را تخمین می زنیم:

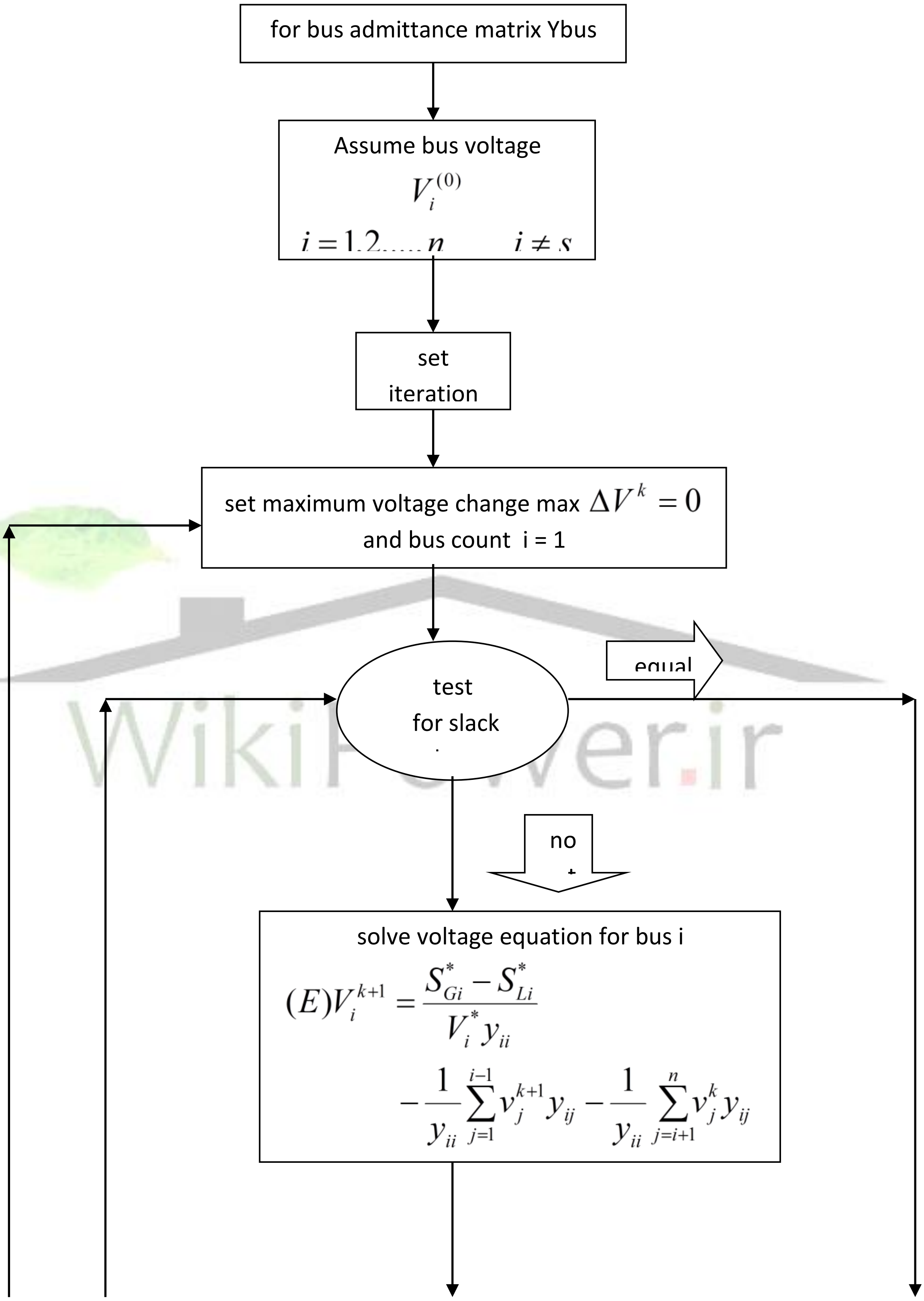
$$
\Delta P_{ij} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \alpha}\Delta\alpha
$$

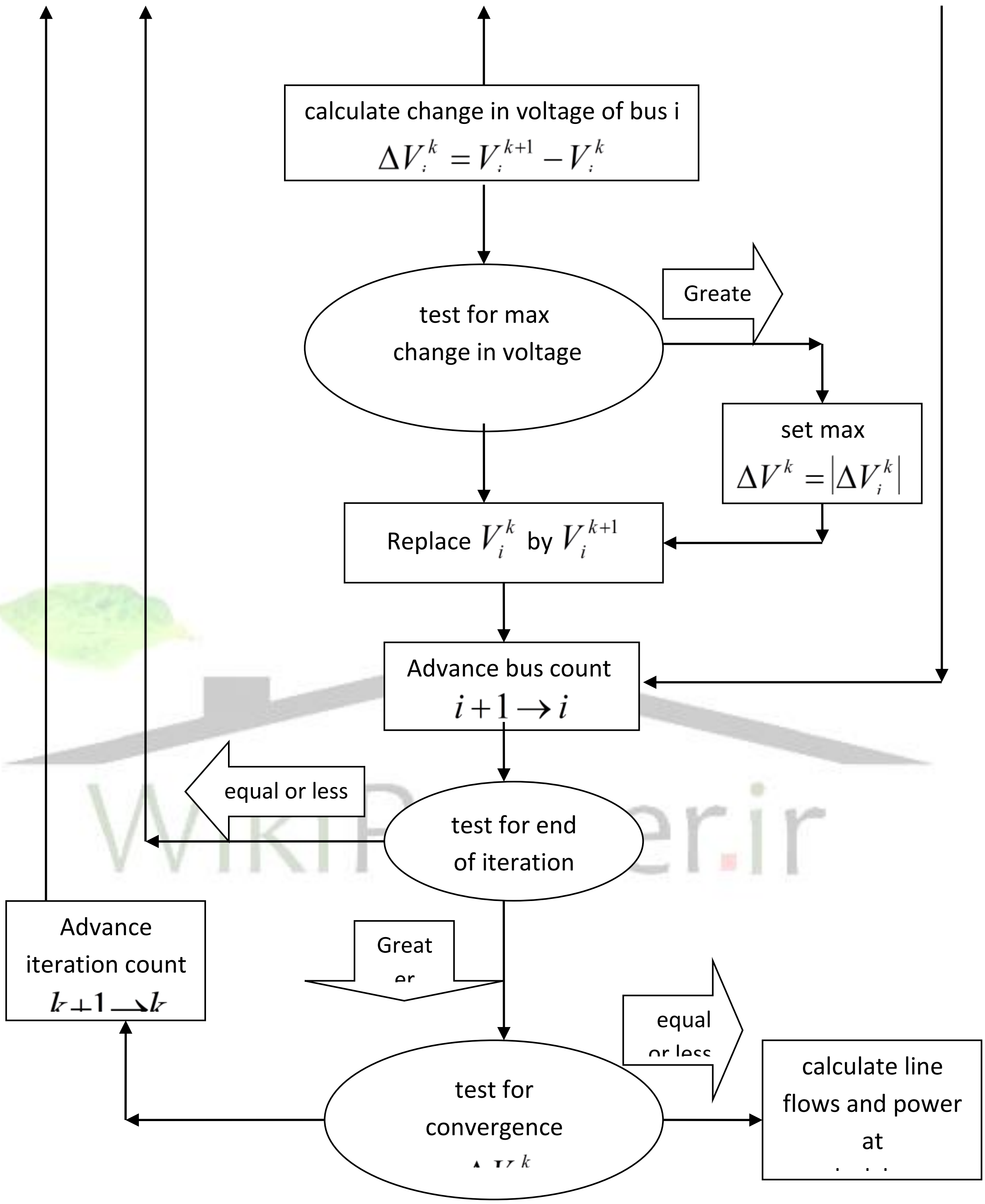
$$
\Rightarrow \frac{\partial P_{ij}}{\partial \alpha} = -v_i v_j c y_e \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_e - \alpha)
$$

اگر $\left|P_{ij} - P_{ijspec}\right| \le \frac{\Delta P_{ij}}{2}$ باشد تغییر α ضرورت ندارد. اما اگر این رابطه برقرار نشد α را به میزان یک گام در جهت مناسب تغییر می دهیم. حال با در نظر گرفتن مقادیر جدید C و α ماتریس Ybus را نوسازی می کنیم و برای این منظور از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$y_{ii_{new}} = y_{ii_{old}} - y_{ii_{new}} - y_{ii_{old}}$$
$$y_{ij_{new}} = y_{ij_{old}} - y_{ij_{new}} - y_{ij_{old}}$$
$$y_{ji_{new}} = y_{ji_{old}} - y_{ji_{new}} - y_{ji_{old}}$$
$$y_{jj_{new}} = y_{jj_{old}} - y_{jj_{new}} - y_{jj_{old}}$$

که در این روابط مقادیر مشخص شده با اندیس old مربوط به تکرار قبل می باشند و y های با اندیس new از معادلات (III) و با وارد کردن مقادیر جدید C و α محاسبه می گردند. در آخرین مرحله از معادلات مربوط به شین کنترل ولتاژ V_i را به کمک رابطه (I) محاسبه کرده و به شین بعدی می رویم. نکته حائز اهمیت این است که در هر مرحله C و α باید در محدوده مجاز خود قرار داشته باشند. پس در بررسی پخش بار به روش G.S از شین شماره 1 شروع کرده و با توجه به نوع هر شین محاسبات مربوط را به نحوی که اخیراً شرح داده شد انجام می دهیم. بعد از پایان هر تکرار همگرایی را بررسی می کنیم. هرگاه همگرایی حاصل گردید نتایج مورد نیاز را محاسبه می کنیم. برای هر چه روشن تر شدن مطلب به فلوچارت عملیات که در شکل زیر آورده شده است توجه کنید.


for bus admittance matrix Ybus
Assume bus voltage
$V_i^{(0)}$
$i = 1,2,\ldots,n \qquad i \neq s$
set
iteration
set maximum voltage change max $\Delta V^k = 0$
and bus count i = 1
test
for slack
equal
no
solve voltage equation for bus i
$(E)V_i^{k+1} = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{V_i^* y_{ii}} - \frac{1}{y_{ii}}\sum_{j=1}^{i-1} v_j^{k+1} y_{ij} - \frac{1}{y_{ii}}\sum_{j=i+1}^{n} v_j^{k} y_{ij}$



فلوچارت 2 – فلوچارت روش گوس سایدل با استفاده از Ybus

ممکن است در محاسبات پخش بار به روش G.S به جای Ybus از Zbus استفاده گردد. چون نحوه عملیات بسیار شبیه حالت قبل است تنها به آوردن فلوچارت مربوط اکتفا می کنیم.

$$I_i = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - y_i v_i \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,n \\ i \neq s \end{cases}$$

$$(v)\overline{E}_{bus} = Z_{bus}\overline{I}_{bus} + \overline{E}_R$$

$\overline{E}_R$: برداری که باس slack را مرجع سایر باس ها در نظر گرفته ایم.

برای شبکه نمونه ای مثال گفته شده اگر بنویسیم، داریم:

$$(E_i) = V_i^{k+1} = V_2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 2}}^{6} Z_{ij} I_j^* \qquad i = 1,3,4,5,6$$

که درآن داریم:

$$I_j^k = \frac{P_j - jQ_j}{(v_j^k)^*} - y_i v_j^k$$

و

$$I_j^{k+1} = \frac{P_j - jQ_j}{(v_j^{k+1})^*} - y_i v_j^{k+1}$$

for bus admittance matrix Zbus

Assume bus voltage $V_i^{(0)} \quad i = 1,2,\ldots,n \qquad i \neq s$

calculate bus currents

$$I_i^{(0)} = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(V_i^{(0)})^*} - y_i V_i^{(0)}$$

$i = 1,2,\ldots,n \qquad i \neq s$

set iteration count k=0

set maximum voltage change max $\Delta V^k = 0$
and bus count i = 1

test
for slack

equal

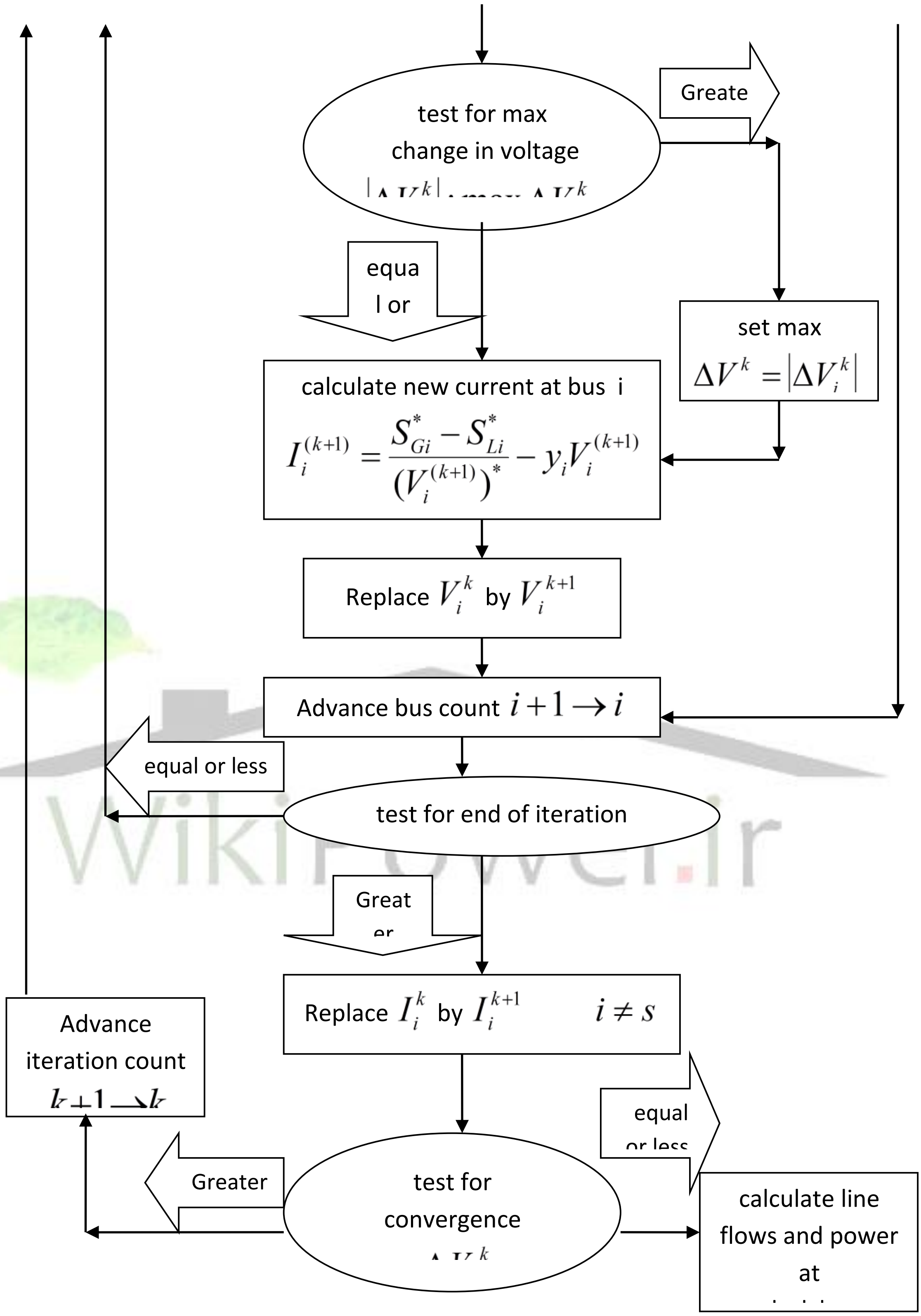
no

calculate change in voltage of bus i

$$V_i^{k+1} = V_s + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^{i-1} Z_{ij} I_j^{k+1} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^{n} Z_{ij} I_j^*$$

calculate change in voltage of bus i

$$\Delta V_i^k = V_i^{k+1} - V_i^k$$



فلوچارت 3- فلوچارت روش گوس سایدل با بکارگیری Zbus

فصل سوم

روش Relaxation در حل مسأله پخش بار

3-1- روش Relaxation در حل مسأله پخش بار

سیستم معادلات روبرو را در نظر می گیریم:

$$
\begin{aligned}
x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 - z_1 &= 0 \\
b_{21}x_1 + x_2 + b_{23}x_3 + b_{24}x_4 - z_2 &= 0 \\
b_{31}x_1 + b_{32}x_2 + x_3 + b_{34}x_4 - z_3 &= 0 \\
b_{41}x_1 + b_{42}x_2 + b_{43}x_3 + x_4 - z_4 &= 0
\end{aligned}
$$

که در آن داریم:

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{ii}}$$

$$z_i = \frac{y_i}{a_{ii}}$$

حال چنانچه مقدارهای اولیه $x_i(0)$ را در معادله قرار دهیم $R_i(0)$ به عنوان جواب بدست می آید طبق روابط زیر:

$$
\begin{aligned}
x_1^{(0)} + b_{12}x_2^{(0)} + b_{13}x_3^{(0)} + b_{14}x_4^{(0)} - z_1 &= R_1^{(0)} \\
b_{21}x_1^{(0)} + x_2^{(0)} + b_{23}x_3^{(0)} + b_{24}x_4^{(0)} - z_2 &= R_2^{(0)} \\
b_{31}x_1^{(0)} + b_{32}x_2^{(0)} + x_3^{(0)} + b_{34}x_4^{(0)} - z_3 &= R_3^{(0)} \\
b_{41}x_1^{(0)} + b_{42}x_2^{(0)} + b_{43}x_3^{(0)} + x_4^{(0)} - z_4 &= R_4^{(0)}
\end{aligned}
$$

برای تکرار k ام می توانیم چنین بنویسیم:

$$\Delta x_i^k = -R_i^k$$
$$x_i^{k+1} = x_i^k + \Delta x_i^k$$

و برای محاسبات بعدی داریم:

$$R_j^{k+1} = R_j^k + b_{ji}\Delta x_i^k \qquad j \neq i$$

در این روش، از معادلات جریان باس ها برای حل مسأله استفاده می کنیم. می توان جریان باس i ام را بصورت زیر نوشت:

$$I_i = y_{i1}v_1 + y_{i2}v_2 + \ldots + y_{ii}v_i + \ldots + y_{in}v_n$$

و به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$y_{i1}v_1 + y_{i2}v_2 + \ldots + y_{in}v_n - I_i = R_i \qquad (*)$$

در رابطه اخیر R_i مانده نامیده می شود و ناشی از خطای موجود در محاسبه جریان I_i بر اساس ولتاژهای فرضی باس ها می باشد. طبق این روش با ولتاژهای فرضی $\begin{cases} i = 1,2,\ldots,n \\ i \neq s \end{cases}$, $v_s, v_i^{(0)}$ مقادیر جریان باس ها از رابطه اخیر در زیر محاسبه می گردند:

$$I_i = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(v_i^{(0)})^*} \qquad i = 1,2,\ldots,n \qquad i \neq s$$

از آنجا که ولتاژ باس slack کاملاً معین می باشد نیازی به انجام محاسبات در این باس نمی باشد. حال که I_i ها محاسبه گردید از رابطه (*) استفاده کرده و مانده را در کلیه باس ها بدست می آوریم. در مرحله بعد باسی را که بزرگترین مانده متناظر با آن بوده مشخص کرده و ولتاژ آن را بصورت زیر تصحیح می کنیم:

$$\Delta v_i^{(k)} = -\frac{R_i^{(k)}}{y_{ii}}$$

$$v_i^{(k+1)} = v_i^{(k)} + \Delta v_i^{(k)}$$

$$I_i^{(k+1)} = \frac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(V_i^{(k+1)})^*}$$

به علت این تغییر در جریان باس می توان مانده متناظر با آن را بصورت زیر تصتیح نمود:

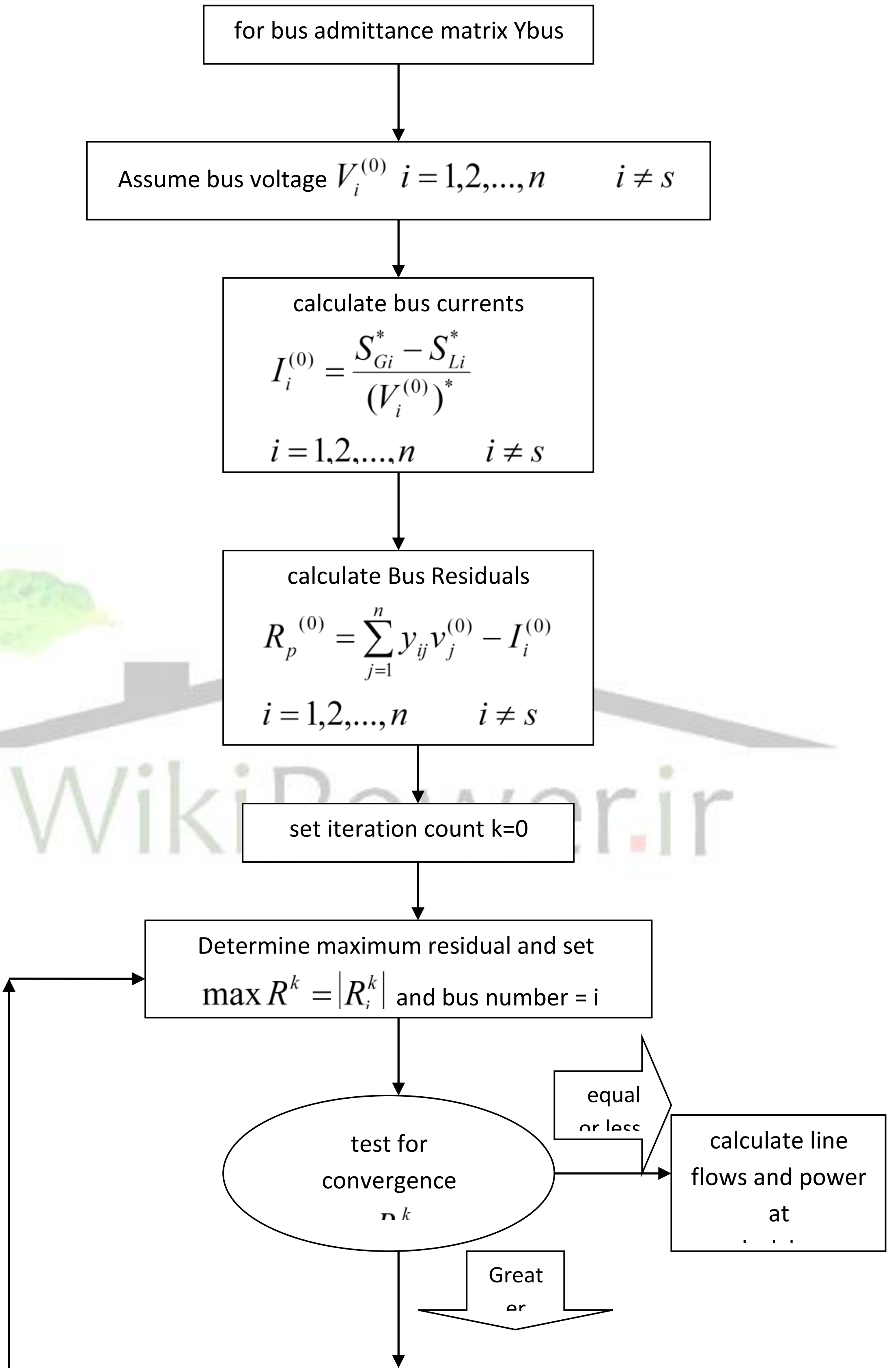
$$R_i^{(k+1)} = I_i^{(k)} - I_i^{(k+1)}$$

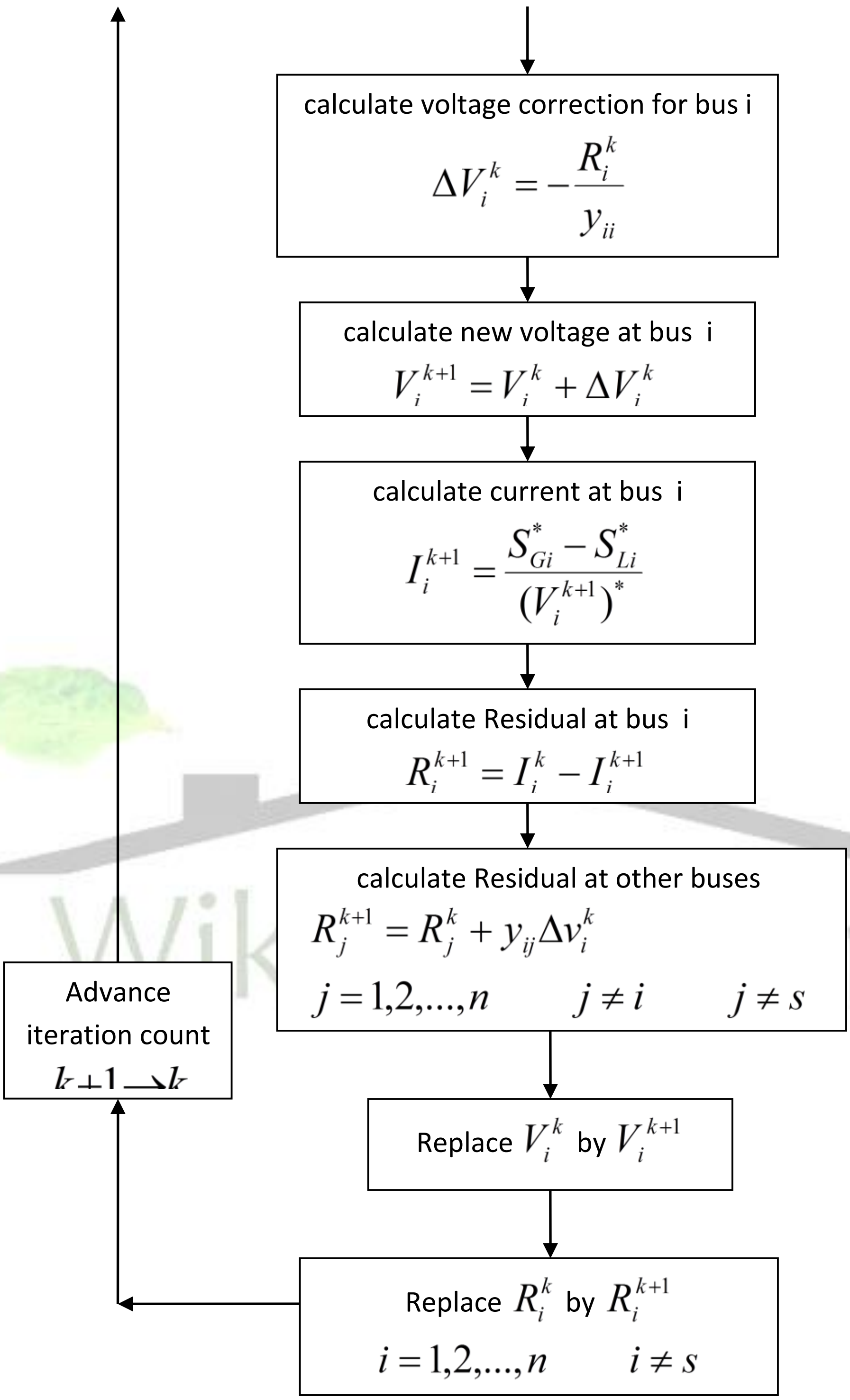
حال با استفاده از مقدار جدید ولتاژ در این باس (v_i^{k+1}) و مقدار مانده را در سایر باسها (به غیر از خود باس مورد نظر و باس اسلک) مجدداً محاسبه می نمائیم. برای این منظور می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$R_j^{k+1} = R_j^k + y_{ij}\Delta v_i^k \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad j \neq i \qquad j \neq s$$

این روند بطور مکرر انجام می شود و در هر مرحله به باسی که بزرگترین مانده متناظر با آن می باشد صحیح می گردد و تا زمانی که این امر ادامه می یابد که کلیه مانده ها کمتر از یک تلرانس مورد نظر گردند.

مراحل حل یک مسأله load flow با استفاده از روش Relaxation در فلوچارت زیر نشان داده شده است:


for bus admittance matrix Ybus
Assume bus voltage $V_i^{(0)}$ $i = 1,2,\ldots,n$ $i \neq s$
calculate bus currents
$I_i^{(0)} = \dfrac{S_{Gi}^* - S_{Li}^*}{(V_i^{(0)})^*}$
$i = 1,2,\ldots,n$ $i \neq s$
calculate Bus Residuals
$R_p^{(0)} = \sum_{j=1}^{n} y_{ij} v_j^{(0)} - I_i^{(0)}$
$i = 1,2,\ldots,n$ $i \neq s$
set iteration count k=0
Determine maximum residual and set
$\max R^k = |R_i^k|$ and bus number = i
test for
convergence
equal
calculate line
flows and power
at
Great



فلوچارت 4- فلوچارت روش Relaxation با استفاده از Ybus

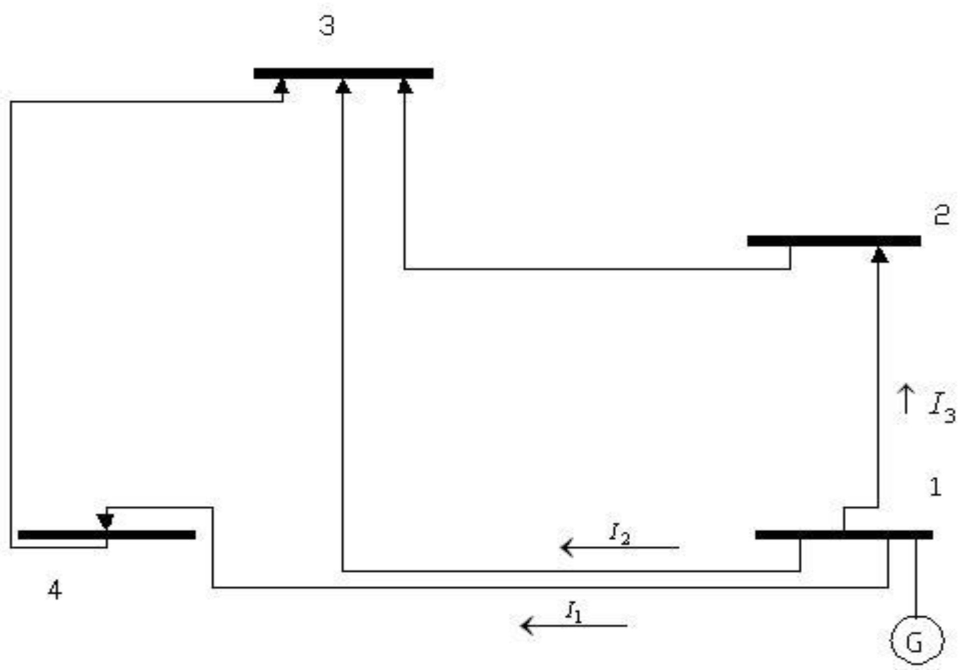
برای روشن تر شدن موضوع به تشریح یک مثال می پردازیم و از روش های تکرار گوس و گوس سایدل و Relaxation استفاده می کنیم و جوابها را با یکدیگر مورد مقایسه قرار می دهیم:

- مثال: نمودار شبکه زیر ار در نظر گرفته و جریان های اتصال کوتاه I3,I2,I1 را برای یک خط در باس 3 با استفاده از روش های زیر بدست آورید. (امپدانس ژنراتور 0.01)

۱- روش تکرار گوس

۲- روش تکرار گوس سایدل

۳- روش Relaxation



(شکل 5)

امپدانس سیستم

Self		Mutual	
Bus code	Impedance	Bus code	Impedance
1-2	0.5000	1-3	0.0251
1-3	0.4740	2-3	0.1360
1-4	0.3380	1-3	0.1830
2-3	0.1860		
3-4	0.2790		

الف) با استفاده از روش گوس چنین حل می شود:

ولتاژ ژنراتور را یک پریونیت فرض می کنیم.

حال معادلات حلقه را می نویسیم:

$$1 = 0.01(I_1 + I_2 + I_3) + (0.3380 + 0.2790)I_1 + 0.1830 I_2$$
$$1 = 0.01(I_1 + I_2 + I_3) + (0.4740)I_2 + (0.0251 + 0.1360)I_3 + 0.1830 I_1$$
$$1 = 0.01(I_1 + I_2 + I_3) + (0.5000 + 0.1860)I_3 + (0.0251 + 0.1360)I_2$$

که بصورت خلاصه چنین می شود:

$$0.6270 I_1 + 0.1930 I_2 + 0.01 I_3 = 1$$
$$0.1930 I_1 + 0.4840 I_2 + 0.1711 I_3 = 1$$
$$0.01 I_1 + 0.1711 I_2 + 0.6960 I_3 = 1$$

	I_1	I_2	I_3		Check Sum
a	0.6270	0.1930	0.0100	1	1.8300
	0.1930	0.4740	0.1711	1	1.8481
	0.0100	0.1711	0.6960	1	1.8771
b	1	0.307815	0.015949	1.594896	2.918660
	0	0.424592	0.168022	0.692185	1.284799
	0	0.168022	0.695841	0.984051	1.847913
c	1	0.307815	0.015495	1.594896	2.918660
	0	1	0.395726	1.630236	3.025961
	0	0	0.629350	0.710135	1.339485
d	1	0.307815	0.015949	1.594896	2.918660
	0	1	0.395726	1.630236	3.025961
	0	0	1	1.128363	2.128363

طریقه حل:

ردیف اول را بر0.6270 تقسیم می کنیم و ردیف نخست b بدست می آید سپس در 0.1930 ضرب می کنیم و از ردیف 2 کم می کنیم تا ردیف دوم b بدست آید و به همین ردیف اول را در 0.01 ضرب کرده و از ردیف سوم کم می کنیم تا ردیف سوم b بدست آید.

برای حالت بعدی نیز بصورت مشابه انجام می گیرد و باید بر عدد 0.424592 تقسیم کنیم و ادامه دهیم.

(c)

وقتی به ستون آخر (d) برسیم داریم:

$$
\begin{aligned}
I_3 &= 1.128363 \\
I_2 &= 1.630236 - 0.395726 I_3 = 1.183713 \\
I_1 &= 1.594896 - 0.307815 I_2 - 0.015949 I_3 = 1.212535
\end{aligned}
$$

حال اگر عملیات را بصورت جدول بنویسیم داریم:

$$I_1 = 1.594896 - 0.307815 I_2 - 0.015949 I_3$$
$$I_2 = 2.066116 - 0.398760 I_1 - 0.353512 I_3$$
$$I_3 = 1.436782 - 0.014368 I_1 - 0.245833 I_2$$

با فرض مقادیر اول $I_1^{(0)} = I_2^{(0)} = I_3^{(0)} = 1$ تقریب را انجام داده و به تکرار بعدی می رسیم که بصورت دسته بندی شده در جدول زیر آورده شده است:

حل بوسیله روش گوس			
شماره تکرار	I_1	I_2	I_3
0	1	1	1
1	1.271132	1.313844	1.176581
2	1.171710	1.143303	1.095532
3	1.225497	1.211601	1.138885
4	1.203783	1.174825	1.121322
5	1.215383	1.189694	1.130675
6	1.210657	1.186760	1.126853
7	1.213160	1.184997	1.128871
8	1.212132	1.183287	1.128039
9	1.212672	1.183991	1.128475
10	1.212448	1.183622	1.128294
11	1.212564	1.183775	1.128389

ب) روش گوس سایدل

مقادیر اولیه $I_3^{(0)} = 1$ $\quad I_2^{(0)} = 1$ $\quad I_1^{(0)} = 1$

حل بوسیله روش گوس سایدل			
شماره تکرار	I_1	I_2	I_3
0	1	1	1
1	1.271132	1.205727	1.122111
2	1.205858	1.188588	1.127262
3	1.211052	1.183496	1.128145
4	1.212236	1.183912	1.128320
5	1.212474	1.183755	1.128355
6	1.212522	1.183724	1.128362

ج) روش Relaxation

برای حل ابتدا معادلات حلقه ها را برای روش Relaxation بصورت زیر مرتب می کنیم:

$$I_1 + 0.307815 I_2 + 0.015949 I_3 - 1.594896 = R_1$$
$$0.398760 I_1 + I_2 + 0.353512 I_3 - 2.066116 = R_2$$
$$0.014368 I_1 + 0.245833 I_2 + I_3 - 1.436782 = R_3$$

با قرار دادن $I_1^{(0)} = I_2^{(0)} = I_3^{(0)} = 1$ در معادلات فوق برای بدست آوردن R_i ها مطابق جدول زیر نوشته شده اند. همچنین ماکزیمم باقیمانده را کم می کنیم تا به صفر برسد، مانند زیر:

تکرار مجدد

$$R_2^{(0)} = -0.313844$$
$$\Delta I_2^{(0)} = -R_2^{(0)} = 0.313844$$
$$I_2^{(1)} = I_2^{(0)} + \Delta I_2^{(0)} = 1.313844$$

و بعدی

$$R_1^{(1)} = R_1^{(0)} + b_{12}\Delta I_2^{(0)}$$
$$= -0.271132 + 0.307815(0.313844)$$
$$= -0.271132 + 0.096606 = -0.174526$$

و بعدی

$$R_3^{(1)} = R_3^{(0)} + b_{13}\Delta I_2^{(0)}$$
$$= -0.176581 + 0.245833(0.313844)$$
$$= -0.176581 + 0.077153 = -0.099428$$

حال که روش محاسبه روشن شد سایر عملیات را انجام می دهیم و به تکرار ادامه می دهیم تا به حد همگرایی لازم برسیم که این عمل را در جدولی بصورت زیر آورده ایم:

حل بوسیله روش Relaxation						
شماره تکرار	I_1	I_2	I_3	R_1	R_2	R_3
0	1	1	1	-0.27113	-0.31384	-0.176581
1	1	1.313844	1	-0.17452	0	-0.099428
2	1.174526	1.313844	1	0	0.069594	-0.096920
3	1.174526	1.313844	1.096920	0.001546	0.103856	0
4	1.174526	1.209988	1.096920	-0.03042	0	-0.025531
5	1.204949	1.209988	1.096920	0	0.012131	-0.025094
6	1.204949	1.209988	1.122014	0.000400	0.021002	0
7	1.204949	1.188986	1.122014	-0.00606	0	-0.005163
8	1.211013	1.188986	1.122014	0	0.002419	-0.005076

9	1.211013	1.188986	1.127090	0.000081	0.004214	0
10	1.211013	1.184772	1.127090	-0.00121	0	-0.001036
11	1.212229	1.184772	1.127090	0	0.000484	-0.001019
12	1.212229	1.184772	1.128109	0.000016	0.000844	0
13	1.212229	1.183928	1.128109	-0.00024	0	-0.000207
14	1.212473	1.183928	1.128109	0	0.000098	-0.000203
15	1.212473	1.183928	1.128312	0.000003	0.000170	0
16	1.212473	1.183758	1.128312	-0.00005	0	-0.000042

فصل چهارم

روش نیوتن- رافسون در حل مسأله پخش بار

4-1- روش نیوتن رافسون در حل مساله پخش بار **Newton – Raphson**ابتدا حل معادلات غیر خطی را بررسی می کنیم . برای یک سیستم نمونه به صورت زیر : [4]

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= y_1 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= y_2 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) &= y_n \end{aligned}$$

با مقادیر اولیه $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}$

فرض می کنیم با تغییرات زیر به جواب نهایی برسیم $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ یعنی :

$$f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) = y_1$$
$$f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) = y_2$$
$$\vdots$$
$$f_n(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) = y_n$$

حال می توانیم به جای هر کدام از معادلات فوق از بسط تیلور آنها استفاده کرد برای نمونه معادله اول چنین خواهد شد :

$$f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) = f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 + \Delta x_2 \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 + \Phi_1$$

اگربجای معدله اولیه بر حسب بسط تیلور تا جمله دوم قرار دهیم می توانیم دستگاه زیر را بدست آوریم :

$$f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 + \Delta x_2 \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 = y_1$$
$$f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0 + \Delta x_2 \frac{\partial f_{21}}{\partial x_2}\Big|_0 + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\Big|_0 = y_2$$
$$\vdots$$
$$f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Big|_0 + \Delta x_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0 + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\Big|_0 = y_n$$

که اگر به صورت ماتریس بنویسیم به فرم زیر خواهد شد :

$$\begin{bmatrix} y_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}) \\ y_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ y_n - f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\Big|_0 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}\Big|_0 \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}\Big|_0 & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}\Big|_0 & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}\Big|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$

یا فرم ماتریسی D=JC که J ماتریس ژاکوبین و C ماتریس تغییرات ΔX_i می باشد. با جایگذاری x_i ها ماتریس های D و J حساب می شوند. مقادیر جدید برای x_i چنین محاسبه می شوند:

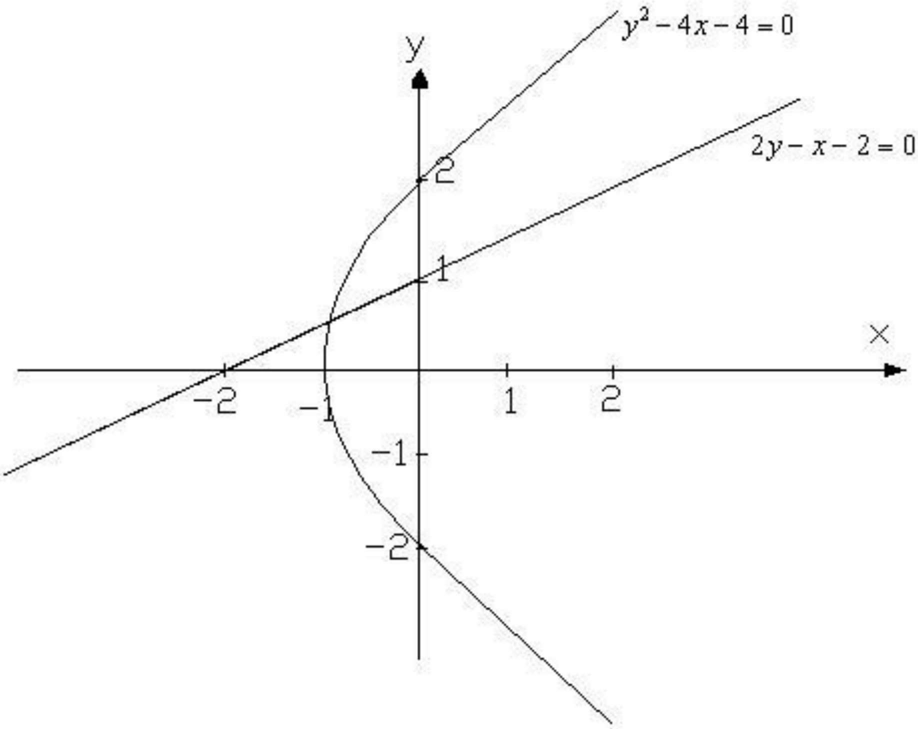
$$x_i^{(0)} = x_i^{(0)} + \Delta x_i$$

و تا رسیدن به تلورانس دلخواه ادامه دارد.

- مثال: با استفاده از روش نیوتن رافسون معادلات غیر خطی روبرو را حل کنید.

$$y^2 - 4x - 4 = 0$$
$$2y - x - 2 = 0$$

حل: نمودارهای معادله ها را رسم می کنیم و نقاط x(0) =-1 و y(0) =1 به عنوان مقادیر اولیه در نظر گرفته می شوند.



(شکل 6)

$$f(x^{(0)},y^{(0)}) = y^2 - 4x - 4 = 1 + 4 - 4 = 1$$
$$g(x^{(0)},y^{(0)}) = 2y - x - 2 = 2 + 1 - 2 = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -4 \qquad \frac{\partial g}{\partial x} = -1$$
$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y = 2 \qquad \frac{\partial g}{\partial y} = 2$$

که با جایگزینی در معادلات پایین داریم:

$$f(x^{(0)},y^{(0)}) + \Delta x\frac{\partial f}{\partial x} + \Delta y\frac{\partial f}{\partial y} = 0$$

$$g(x^{(0)},y^{(0)}) + \Delta x\frac{\partial g}{\partial x} + \Delta y\frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

$$\begin{matrix} 1 - 4\Delta x + 2\Delta y = 0 \\ 1 - \Delta x + 2\Delta y = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \Delta x = 0 \\ \Delta y = -0.5 \end{matrix}$$

سپس $x^{(1)}$ و $y^{(1)}$ بدست می آیند:

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x = -1$$
$$y^{(1)} = y^{(0)} + \Delta y = 0.5$$

تکرارعملیات با مقادیر جدید :

$$f(x^{(1)}, g^{(1)}) = 0.25 + 4 - 4 = 0.25$$
$$g(x^{(1)}, g^{(1)}) = 1 + 1 - 2 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -4 \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 1 \qquad \frac{\partial g}{\partial x} = -1 \qquad \frac{\partial g}{\partial y} = 2$$

و معادلات خطی چنین است:

$$\begin{matrix} 0.25 - 4\Delta x + \Delta y = 0 \\ -\Delta x + 2\Delta y = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \Delta x = 0.07143 \\ \Delta y = 0.03571 \end{matrix}$$

$$x^{(2)} = x^{(1)} + \Delta x = -1 + 0.07143 = -0.92857$$
$$y^{(2)} = y^{(1)} + \Delta y = 0.5 + 0.03571 = 0.53571$$

$$f(x^{(2)}, y^{(2)}) = 0.28699 + 3.71428 - 4 = 0.00127$$
$$g(x^{(2)}, y^{(2)}) = 1.07142 + 0.92857 - 2 = -0.00001$$

$$\begin{matrix} 0.00127 - 4\Delta x + \Delta y = 0 \\ -00001 - \Delta x + 2\Delta y = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \Delta x = 0.00035 \\ \Delta y = 0.00018 \end{matrix}$$

$$x^{(3)} = x^{(2)} + \Delta x = -0.92857 + 0.00035 = -0.92822$$
$$y^{(3)} = y^{(2)} + \Delta y = 0.53571 + 0.00018 = 0.53589$$

$$f(x^{(3)}, y^{(3)}) = 0.28718 + 3.71288 - 4 = 0.00006$$
$$g(x^{(3)}, y^{(3)}) = 1.07178 + 0.92822 - 2 = 0.00000$$

که با تلورانس 0.0005 کفایت می کند.

این روش نسبت به روش گوس سایدل سریعتر همگرا می شود ولی شاید تنها نکته منفی آن احتیاج به حافظه زیاد در کامپیوتر می باشد. امروزه با استفاده از روش ذخیره سازی متراکم این نکته منفی نیز تا

حدودی جبران شده است و امروزه اغلب برنامه های کامپیوتری مربوط به مساله پخش بار بر اساس این روش استقرارند.

معادله دومجهولی زیر را در نظر می گیریم:

$$f(x,y)=0$$
$$g(x,y)=0$$

$$\begin{bmatrix}\Delta f\\ \Delta g\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial f(x^k,y^k)}{\partial x} & \dfrac{\partial f}{\partial y}\\ \dfrac{\partial g(x^k,y^k)}{\partial x} & \dfrac{\partial g}{\partial y}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{bmatrix}$$

حال مقادیر جدید x وy حساب می شوند :

$$x^{k+1}=x^k+\Delta x^k$$
$$y^{k+1}=y^k+\Delta y^k$$

حال می توان تکرار (k+1) را شروع کنیم. و این روش را تا حصول همگرایی ادامه می دهیم. روش نیوتن رافسون را برای 2n معادله 2n مجهولی به همین ترتیب می توان بسط داد:

$$\begin{bmatrix}\overline{\Delta x}^k\\ \overline{\Delta y}^k\end{bmatrix}=\left[J^k\right]^{-1}\begin{bmatrix}\overline{\Delta f}^k\\ \overline{\Delta g}^k\end{bmatrix}$$

که در این رابطه $\overline{\Delta x}^k,\overline{\Delta y}^k,\overline{\Delta f}^k,\overline{\Delta g}^k$ بردار می باشند.

روابط اصلی در حل مساله پخش بار را می توان چنین بیان داشت:

$$f_i=P_{Gi}-P_{Li}-P_{Ti}=0$$
$$g_i=Q_{Gi}-Q_{Li}-Q_{Ti}=0$$

$$P_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} v_i v j y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_{Ti} = \sum_{j=1}^{n} v_i v j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

میدانیم دراین روابط مجهولات ولتاژ باس ها هستند.

برای حل به دو صورت می توان عمل کرد. اول آنکه ولتاژ را به فرم کارتزین (v = x + jω) در معادلات وارد نماییم. و در نتیجه عبارت مربوط به P_{Ti} و Q_{Ti} را بر حسب قسمت های حقیقی و موهومی ولتاژ بنویسیم. و راه دیگر آنکه ولتاژها را به فرم قطبی $v = v\angle\delta$ در نظر بگیریم. از نظر تجربی روش اول بهتر همگرایی می دهد. مجهولات ولتاژ باس ها هستند پس:

$$\bar{x} = \delta$$
$$\bar{y} = v$$

بنابراین درایه های ماتریس ژاکوبین به صورت زیر است:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{\partial P_{Ti}}{\partial \delta_j} = v_i v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} = \frac{\partial p_{Ti}}{\partial \delta_i} = -v_i^2 y_{ii} Sin(\theta_{ii}) - \sum_{j=1}^{n} v_j v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_j} = \frac{\partial P_{Ti}}{\partial v_j} = v_i y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_j}=\frac{\partial P_{Ti}}{\partial v_i}=v_i y_{ii} Cos(\theta_{ii})+\sum_{j=1}^{n} v_j y_{ij} Cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_j}=\frac{\partial Q_{Ti}}{\partial \delta_j}=-v_i v_j y_{ij} Cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_i}=\frac{\partial Q_{Ti}}{\partial \delta_i}=-v_i^{\,2} y_{ii} Cos(\theta_{ii})+\sum_{j=1}^{n} v_j v_j y_{ij} Cos(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial y_i}=\frac{\partial Q_{Ti}}{\partial v_j}=v_i y_{ij} Sin(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial y_i}=\frac{\partial Q_{Ti}}{\partial v_i}=-v_i y_{ii} Sin(\theta_{ii})+\sum_{j=1}^{n} v_j y_{ij} Sin(\delta_i-\delta_j-\theta_{ij})$$

حال استراتژی محاسبات در هر یک از انواع باس های موجود در شبکه در نظر می گیریم:

می دانیم Q_G, P_G, Q_L, P_L در Load busها کاملاً معین می باشند . همینطور در باس های کنترل ولتاژ (ژنراتور یا کنترل ولتاژ توسط ترانسفورماتور) P_G, Q_L, P_L معلوم بوده و برای Q_G هم یک فرض اولیه (معمولا صفر) در نظر گرفته می شود لذا در ابتدا Q_S, P_S را در کلیه باس ها بجز باس Slack به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$P_{Si}=P_{Gi}-P_{Li} \qquad i=1,2,\dots,n$$
$$Q_{Si}=Q_{Gi}-Q_{Li} \qquad i\neq S$$

حال در مورد هر کدام از باس ها به فرم زیر عمل می کنیم:

4-1-1- باس اسلک:

محاسبات تکراری در این نوع شین انجام نمی گیرد و لذا دو سطر و دو ستون از معادله حذف می گردد.

معادله کلی در زیر آورده شده است:

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1{}^k \\ \vdots \\ \Delta f_n{}^k \\ \Delta g_1{}^k \\ \vdots \\ \Delta g_n{}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{\partial f_1}{\partial x_1})^k & (\frac{\partial f_1}{\partial x_n})^k & \vdots & (\frac{\partial f_1}{\partial y_1})^k & (\frac{\partial f_1}{\partial y_n})^k \\ \vdots & (\frac{\partial f_n}{\partial x_n})^k & \vdots & & \\ (\frac{\partial f_n}{\partial x_1})^k & & \vdots & & (\frac{\partial f_n}{\partial y_n})^k \\ (\frac{\partial g_1}{\partial x_1})^k & & \vdots & & (\frac{\partial g_1}{\partial y_n})^k \\ \vdots & & \vdots & & \\ (\frac{\partial g_n}{\partial x_1})^k & (\frac{\partial g_n}{\partial x_n})^k & \vdots & & (\frac{\partial g_n}{\partial y_n})^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1{}^k \\ \\ \Delta x_n{}^k \\ \Delta y_1{}^k \\ \\ \Delta y_n{}^k \end{bmatrix}$$

و تنها پس از رسیدن به همگرایی Q_G , P_G را با استفاده از روابط زیر بدست می آوریم:

$$P_{Gi} = P_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} Cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + \sum_{j=1}^{n} v_i v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

4-1-2- شین بار:

چون در این نوع شین δ_i , v_i هردو مجهولند هم f_i و هم g_i وارد محاسبات می گردند و در هر تکرار به کمک رابطه زیر مقادیر $\Delta\delta_1{}^k , \Delta v_i{}^k$ بدست می آیند در نتیجه می توان مقادیر مجهولات را برای تکرار بعدی به کمک روابط زیر بهبود بخشید:

$$(I) \qquad \begin{bmatrix} \Delta x^k \\ \Delta y^k \end{bmatrix} = \left[J^k\right]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta f^k \\ \Delta g^k \end{bmatrix}$$

$$v_i{}^{k+1} = v_i{}^k + \Delta v_i{}^k$$
$$\delta_i^{k+1} = \delta_i^k + \Delta\delta_i^k$$

4-1-3- شین ژنراتور:

از آنجا که در این نوع شین ها v_iمعلوم می باشد، g_iوارد محاسبات نمی گردد و لذا به ازای هر باس ژنراتوریک سطر و یک ستون در معادله $\begin{cases} x_i - x_i^{\ k} = \Delta x_i^{\ k} \\ y_i - y_i^{\ k} = \Delta y_i^{\ k} \end{cases}$ ایجاد شده و معادله صفحه قبل (I) تنها مقداری برای $\Delta\delta_i^{\ k}$ بدست می دهد که با استفاده از آن فاز ولتاژ را به صورت زیر تصحیح می کنیم:

$$\delta_i^{\ k+1} = \delta_i^{\ k} + \Delta\delta_i^{\ k}$$

سپس Q_{Gi} را از رابطه زیر بدست می آوریم:

$$Q_{Gi} = Q_{Li} + v_{ispec} v_j y_{ij} Sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

آنگاه بررسی می کنیم آیا Q_{Gi} در محدوده قابل قبول برای آن قرار گرفته یا نه که ممکن است به سه حالت برخورد کنیم:

۱. اگر $Q_{Gi_{\max}} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\min}}$ گردد کافی است Q_{Si} را به صورت زیر تغییر دهیم و به شین بعد برویم.

$$Q_{Si} = Q_{Gi} - Q_{Li}$$

۲. اگر $Q_{Gi_{\max}} \ge Q_{Gi}$ شود آنگاه باید Q_{Gi} را برابر $Q_{Gi_{\max}}$ قرار داده و برای Q_{Si} رابطه زیر را بکار ببریم:

$$Q_S = Q_{Gi_{\max}} - Q_{Li}$$

بدیهی است در این حالت امکان برابری v_i با v_{ispec} از بین می رود یعنی باس به یک شین بار تبدیل شده و v_i تغییر پیدا می کند در نتیجه y_i وارد محاسبات می گردد.

۳. اگر $Q_{Gi_{\min}} \le Q_{Gi}$ گردد باز هم باید Q_{Gi} را برابر مقدار حدی آن یعنی $Q_{Gi_{\min}}$ گرفته و برای Q_{Si} رابطه روبرو را در نظر می گیریم:

$$Q_{Si} = Q_{Gi_{\min}} - Q_{Li}$$

در این مورد هم شین به یک Load bus تبدیل می گردد و g_i واردمحاسبات می گردد. نکته ای که تذکر آن لازم است اینکه در هر تکرار در شین هایی از این نوع باید Q_{Gi} محاسبه شود و بررسی اخیر به عمل آید زیرا گاهی ممکن است به علت تغییر سایر کمیت های مجهول موجود در مساله پخش بار رابطه $Q_{Gi_{\min}} \le Q_{Gi} \le Q_{Gi_{\max}}$برقرار شود که در این صورت شین را باید دوباره یک شین ژنراتور فرض نمود و با این فرض مساله را ادامه داد.

4-1-4- شین کنترل ولتاژ (به وسیله ترانسفورماتور):

در مورد این نوع شین به چند متد می توان عمل کرد. روش اول این است که با شین به عنوان یک Load bus برخورد نماییم و δ_i, v_i را در آن بدست آوریم آنگاه v_i را با v_{ispec} مقایسه کنیم و چنانچه بین آن دو اختلاف زیادی وجود داشت مبادرت به تنظیم مقدار C نماییم. بعد طبق رابطه $P_{ij} = \mathrm{Re}(v_i I_i)^*$ را بدست آوریم و به کمک آن و مطابق آنچه در بخش قبلی راجع به شین کنترل ولتاژ گفته شد α را هم تنظیم کنیم سپس با بکار گرفتن C و α جدید و استفاده از روابط زیر Y_{bus} را نوسازی نماییم و بعد به سراغ شین بعدی برویم.

$$Y_{ii_{new}} = Y_{ii_{old}} + Y_{ii_{new}} - Y_{ii_{old}}$$
$$Y_{ij_{new}} = Y_{ij_{old}} + Y_{ij_{new}} - Y_{ij_{old}}$$
$$Y_{ji_{new}} = Y_{ji_{old}} + Y_{ji_{new}} - Y_{ji_{old}}$$
$$Y_{jj_{new}} = Y_{jj_{old}} + Y_{jj_{new}} - Y_{jj_{old}}$$

روش دیگر این است که C را به عنوان یک پارامتر در نظر گرفته و آن را در ماتریس ژاکوبین و ماتریس اخیر وارد نماییم که همگرایی بیشتر شده و مساله سریعتر به جواب می رسد. بعد از پایان هر تکرار باید مقادیر P_S, P_T همینطور Q_S, Q_Tرا در کلیه شین ها به جز شین اسلک مقایسه نموده چنانچه تفاوت

بین کمیت های متناظر از مقدار دلخواه کمتر بود به محاسبه Q_G, P_G در باس slack و چاپ جواب ها پرداخت در غیر این صورت اگر تعداد تکرارها به حداکثر مجاز نرسیده باشد به مرحله بعد وارد شد و کل عملیات را تکرار نمود. در صورتی که K به حداکثر مجاز خود رسیده باشد گوییم همگرایی حاصل نشده است. حال یک شکل کلی از روند کار توسط فلوچارت محاسبات Load flow ارائه می شود:

for bus admittance matrix Ybus

Assume bus voltage $V_i^{(0)} \quad i = 1,2,\ldots,n \qquad i \neq s$

set iteration count k=0

calculate real and reactive bus powers

$$P_{Ti}^k = \sum_{j=1}^{n} v_i^k v_j^k y_{ij} \cos(\delta_i^k - \delta_j^k - \theta_{ij})$$

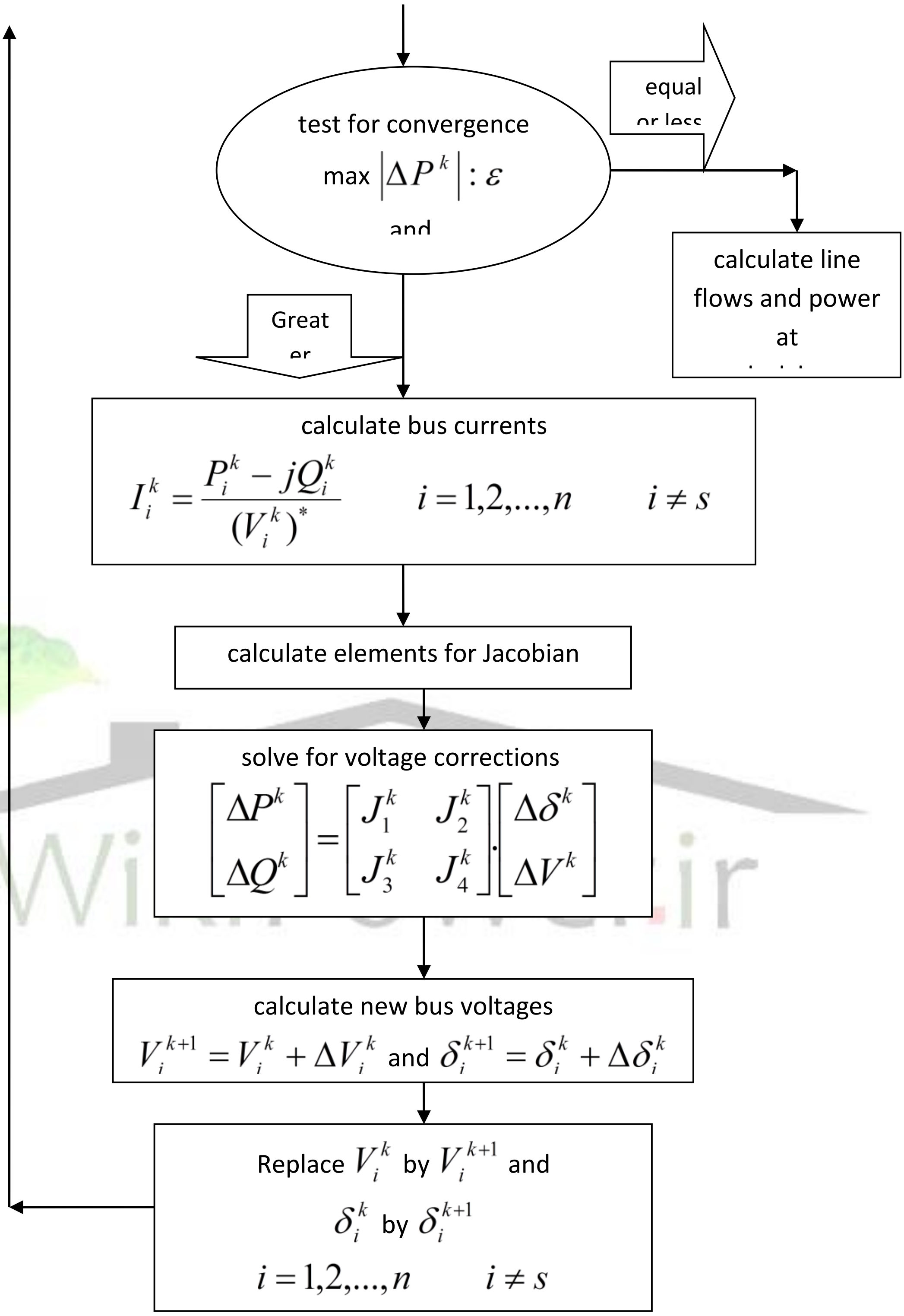
$$Q_{Ti}^k = \sum_{j=1}^{n} v_i^k v_j^k y_{ij} \sin(\delta_i^k - \delta_j^k - \theta_{ij})$$

calculate differences between scheduled and calculated powers

$$\Delta P_i^k = P_{si} - P_{Ti}^k$$

$$\Delta Q_i^k = Q_{si} - Q_{Ti}^k$$

Determine maximum change in power max ΔP^k and max ΔQ^k


test for convergence
max $\left|\Delta P^{k}\right| : \varepsilon$
and
equal
or less
calculate line
flows and power
at
Great
er
calculate bus currents
$I_i^k = \frac{P_i^k - jQ_i^k}{(V_i^k)^*}$ $i = 1,2,\ldots,n$ $i \neq s$
calculate elements for Jacobian
solve for voltage corrections
$\begin{bmatrix} \Delta P^k \\ \Delta Q^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^k & J_2^k \\ J_3^k & J_4^k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta^k \\ \Delta V^k \end{bmatrix}$
calculate new bus voltages
$V_i^{k+1} = V_i^k + \Delta V_i^k$ and $\delta_i^{k+1} = \delta_i^k + \Delta \delta_i^k$
Replace V_i^k by V_i^{k+1} and
δ_i^k by δ_i^{k+1}
$i = 1,2,\ldots,n$ $i \neq s$

فلوچارت 5- فلوچارت روش نیوتن رافسون با استفاده از Ybus

برای آشنایی بیشتر با روش نیوتن رافسون به بررسی چند مثال نمونه می پردازیم.

معادله غیر خطی یک مجهولی زیر را در نظر می گیریم ، f(x) = 0 هدف تعیین ریشه این معادله می باشد.

بسط تیلور را حول نقطه $x^{(0)}$ می نویسیم:

$$f(x) = f(x^{(0)}) + \frac{df}{dx}\Big|_{x^{(0)}}(x - x^{(0)}) + \frac{1}{2!}\frac{d^2 f}{dx^2}\Big|_{x^{(0)}}(x - x^{(0)})^2 + \dots$$

چنانچه از عبارات دارای توان 2 به بالا صرف نظر کنیم اولین جواب تقریبی بدست می آید.

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{\frac{df}{dx}\Big|_{x^{(0)}}}$$

در روش نیوتن رافسون رابطه اخیر را بصورت یک فرمول تکراری در آورده و با استفاده از آن مقدار x را در هر تکرار بهبود می بخشند این رابطه را می توان بصورت زیر نوشت:

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f(x^k)}{\frac{df}{dx}\Big|_{x^k}}$$

- مثال 1: $f(x) = x^2 - 5x + 4$ و مقدار اولیه x(0) = 6

حل:

$$\frac{df}{dx} = 2x - 5 \quad \Rightarrow \quad x^{k+1} = x^k - \frac{(x^k)^2 - 5x^k + 4}{2x^k - 5}$$

حال از x(0) = 6 شروع می کنیم:

$$x^{(1)} = 6 - \frac{36 - 30 + 4}{12 - 5} = 4.571$$

$$x^{(2)} = 4.079$$

$$x^{(3)} = 4.002$$

برای نیوتن رافسون مشخص است زیرا خیلی زود به جواب میل کرد.

- مثال 2: $\varepsilon = 0.001, x^{(0)} = 0, x = 2 - \sin x$ یک ریشه با استفاده از نیوتن رافسون بدست آورید.

حل:

$$f(x) = x - 2 + \sin x \quad \Rightarrow \quad \frac{df(x)}{dx} = 1 + \cos x$$

k	x^k	$f(x^k)$	$\frac{df}{dx}(x^k)$	Δx
0	0	-2	2	1
1	1	-0.1585000	1.5403000	0.1029000
2	1.1029	-0.0046000	1.4510000	0.0031000
3	1.1061	-0.0000044	1.4482000	0.0000030

که با توجه به تلرانس مورد نظر پس از تکرار سوم بدست می آید.

- مثال 3: $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x + y^2 = 6 \end{cases}$ ، $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0.001$ ، $\begin{cases} x^{(0)} = 0 \\ y^{(0)} = 3 \end{cases}$

نقاط شروع

حل:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= 2x + y - 4 = 0 \\ g(x,y) &= 2x + y^2 - 6 = 0 \end{aligned}$$

ماتریس ژاکوبین $[J] = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2y \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = -\left[J^k\right]^{-1} \begin{bmatrix} f^k \\ g^k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x^{k+1} = x^k + \Delta x \\ y^{k+1} = y^k + \Delta y \end{cases}$$

بقیه عملیات در جدول زیر آورده شده است:

k	x^k y^k	$-[J]^{-1}$	f^k g^k	Δx Δy
0	0 3	-0.6 0.1 0.2 -0.2	-1 3	0.900000 -0.800000
1	0.900000 2.200000	-0.647 0.147 0.294 -0.214	0 0.640000	0.094000 -0.188000
2	0.994000 2.012000	-0.665 0.165 0.331 -0.331	0 0.035400	0.0058600 -0.011700
3	0.999977 2.000046	-0.667 0.167 0.333 -0.333	0 0.000137	0.000023 -0.000046

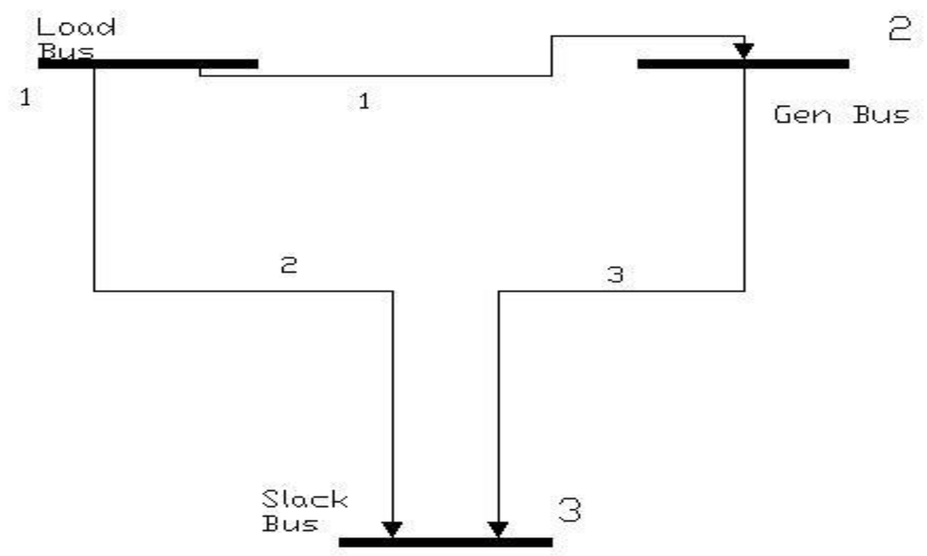
پس از سه تکرار به همگرایی لازم رسیدیم.

$$|\Delta x| < 0.001$$
$$|\Delta y| < 0.001$$

بنابراین:

$$x = 1.0000$$
$$y = 2.0000$$

- مثال 4: مطلوبست حل و بررسی سیستم نشان داده شده در شکل زیر:



$$-0.5 \le Q_{G2} \le 1.5$$

(شکل 7)

مشخصات باس ها						
Bus	V	δ	PG	QG	PL	QL
1	_	_	0	0	0.8	0.3
2	1.02	_	0.8	_	1	0.5
3	1.04	0	_	_	0.6	0.4
مشخصات خطوط						
Line	R	X	G	B	L	S_{max}
1	0.001	0.001	0	0	100	2
2	0.001	0.001	0	0	100	2
3	0.001	0.001	0	0	100	2

حل: مجهولات عبارتند از $V_1, \delta_1, \delta_2, Q_{G2}, P_{G3}, Q_{G3}$ ابتدا ماتریس Ybus را تشکیل می دهیم:

$$Y_{bus}=\begin{bmatrix}10-j10 & -5+j5 & -5+j5\\ -5+j5 & 10-j10 & -5+j5\\ -5+j5 & -5+j5 & 10-j10\end{bmatrix}$$

حال Q_s, P_s را در باس های 1 و 2 محاسبه می کنیم:

$$P_{s1}=0-0.8=-0.8 \qquad Q_{s1}=0-0.3=-0.3$$
$$P_{s2}=0.8-1=-0.2 \qquad Q_{s2}=0-0.5=-0.5$$

حال Q_T, P_T را با فرض اولیه ای که برای ولتاژ باس های مجهول داشته ایم از روابط زیر بدست می آوریم:

$$P_{T1}=\sum_{j=1}^{3} v_1 v_j y_{1j}\cos(\delta_1-\delta_j-\theta_{1j})=-0.29999$$
$$Q_{T1}=\sum_{j=1}^{3} v_1 v_j y_{1j}\sin(\delta_1-\delta_j-\theta_{1j})=-0.29999$$
$$P_{T2}=\sum_{j=1}^{3} v_2 v_j y_{2j}\cos(\delta_2-\delta_j-\theta_{2j})=-2*10^{-10}$$
$$Q_{T2}=\sum_{j=1}^{3} v_2 v_j y_{2j}\cos(\delta_2-\delta_j-\theta_{2j})=-2*10^{-10}$$

در این مرحله Q_{G2} را بدست می آوریم:

$$Q_{G2}=Q_{L2}+Q_{T2}$$

چون $Q_{G1_{\min}}\le Q_{G2}\le Q_{G2_{\max}}$ ، لذا Q_{s2} را بصورت زیر تغییر می دهیم:

$$Q_{s2}=Q_{T2}=-2*10^{-10}$$

بعد $\Delta Q^{(0)}, \Delta P^{(0)}$ را برای باس های 1 و 2 به شکل زیر بدست می آوریم:

$$\Delta P_1^{(0)}=P_{s1}-P_{T1}=-0.8-(-0.29999)=-0.500000$$
$$\Delta Q_1^{(0)}=Q_{s1}-Q_{T1}=-0.3-(-0.29999)=-0.000001$$
$$\Delta P_2^{(0)}=P_{s2}-P_{T2}=-0.2-(-2*10^{-10})=-0.2$$
$$\Delta Q_2^{(0)}=Q_{s2}-Q_{T2}=0$$

چون $\varepsilon < \max(|\Delta P_1|,|\Delta Q_1|,|\Delta P_2|,|\Delta Q_2|) = 0.5$ لازم است ماتریس ژاکوبین را حساب کنیم.

می دانیم که باید ابعاد آن 3×3 باشد زیرا: (N=2NB-NCB-2 = 3) و فرم آن به شکل زیر است که با

جایگذاری اعداد و مقادیر بدست می آید:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{T1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_{T1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{T1}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial P_{T2}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_{T2}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_{T2}}{\partial V_1} \\ \frac{\partial Q_{T1}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_{T1}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_{T1}}{\partial V_1} \end{bmatrix} \Rightarrow J = \begin{bmatrix} 10.300 & -5.100 & 9.700 \\ -5.100 & 10.404 & -5.100 \\ -10.300 & 5.100 & 9.700 \end{bmatrix}$$

حال J^{-1} را حساب می کنیم و مجهولات را بدست می آوریم:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.08062 & 0.06285 & -0.04758 \\ 0.06479 & 0.12692 & 0.001194 \\ 0.05155 & 0 & 0.05155 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.50000 \\ -0.00001 \\ -0.20000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3.030^\circ \\ -3.311^\circ \\ -0.0257 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3.030 \\ -3.311 \\ 0.9743 \end{bmatrix}$$

در این مرحله با استفاده از مقادیر جدید مجهولات Q_T, P_T را در باس های 1 و 2 مجدداً محاسبه نموده و همگرایی را بررسی می نمائیم و چون همگرایی حاصل نگردیده باشد باید به مرحله تکرار بعد برویم. از آنجا که در همین مرحله الگوریتم بکاربرده شده در برنامه کاملاً معین گردید فقط نتایج بدست آمده از کامپیوتر آورده شده است:

Bus	Voltage	V_{mAG}	δ	PG	QG	PL	QL
1	0.9712-0.535	0.97266	-3.150	0	0	0.8	0.3
2	1.0181-0.0618	1.02000	-3.473	0.8	0.9984	1	0.5
3	1.04-0	1.04000	0	1.6708	0.2723	0.6	0.4

Line Flow						
Line	SB	EB	Complex Power Flow		Current	
1	1	2	-0.202241	-0.258059	-0.193031	0.276300
1	2	1	0.213603	0.269421	0.193030	-0.276300
2	1	3	-0.597799	-0.041904	-0.611306	0.076790
2	3	1	0.635758	0.079863	0.611306	-0.076790
3	2	3	-0.418528	0.228008	-0.418274	0.199547
3	3	2	0.435005	-0.207529	0.418274	-0.199547

Bus	Current		Complex Power	
1	-0.80424	0.35314	-0.79995	-0.29997
2	-0.22529	-0.47589	-0.19997	0.49843
3	1.02958	0.12276	1.07076	-0.12767

5-1-4- روش Decoupled Newton

در یک روش حل مسأله و پخش بار پنج خاصیت مد نظر است:

۱. انجام محاسبات با سرعت بالا در مدت زمان کمتر

۲. هر چه کمتر اشغال نمودن حافظه کامپیوتر

۳. مطمئن بودن محاسبات از نظر همگرایی و دقت

۴. روان و توانا بودن روش به خصوص در حل سیستمهای بزرگ

۵. سادگی و سهولت الگوریتم کامپیوتری

روش Decoupled یک روش تقریبی است که به همین دلیل نسبت به روش نیوتن رافسون عملیات ساده تری در هر مرحله از تکرار انجام می گیرد. در نتیجه مدت زمان لازم برای انجام هر تکرار کمتر خواهد بود. اما از طرفی روش decoupled به علت تقریبهای بکار رفته در آن، پاسخ واقعی را به خوبی دنبال نمی کند و به این دلیل به تعداد مراحل تکرار بیشتری نسبت به روش نیوتن رافسون احتیاج دارد. همچنین احتمال واگرا شدن مسأله پخش بار در این نسبت به روش نیوتن رافسون بیشتر خواهد بود. بطور کلی روش decoupled یک روش تقریبی است، براساس اینکه رابطه بین $Q-V$ و $P-\theta$ اجزاء مسأله پخش بار بطور نسبی ضعیف می باشد به عبارت دیگر رابطه بین V,P نسبت به رابطه بین V,Q همچنین رابطه بین θ,Q نسبت به رابطه بین θ,P ضعیف می باشند و می توان از آن صرف نظر کرد.

متد بردارهای ولتاژ یک سری تقریبها برای جملات سینوسی که در معادلات مشخصه سیستم ظاهر می گردند بکار می برد که با اعمال این تقریبها در محاسبه اعضای ماتریس ژاکوبین، معادلات decoupled بصورت مقابل ظاهر می گردند:

$$[\rho]=[T][\theta] \qquad (1)$$
$$[L]=[U][v-v_0] \qquad (2)$$

هنگامی که $\theta=\theta_0$ و $V_k=V_0$ فرض کنیم P_x و L_x به ترتیب اندازه اکتیو و راکتیو توان خواهند بود و $[T]$ و $[U]$ بدین ترتیب حاصل می گردند:

$$T_{km}=-\frac{\frac{V_kV_m}{Z_{km}^2}}{X_{km}} \quad , \quad T_{kk}=-\sum_{m\neq k}T_{km} \quad , \quad U_{km}=-\frac{\frac{1}{Z_{km}^2}}{X_{km}} \quad , \quad U_{kk}=-\sum_{m\neq k}U_{km}$$

Z_{km} و X_{km} به ترتیب امپدانس و راکتانس شاخه (خط) می باشند.

ماتریس [U] یک ماتریس با آرایه های ثابت می باشد و در تمام مدت حل مسأله فقط یک بار محاسبه می گردد. ولی ماتریس [T] در هر تکرار باید محاسبه گردد. دو معادله (1) و (2) بطور متناوب حل می گردند

تا یک جواب دریافت گردد. این معادلات می توانند به روش نیوتن حل گردند، با خلاصه کردن معادلات ژاکوبین داریم:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \dfrac{\Delta Q}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T & \\ & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

$$\text{یا} \quad \begin{cases} [\Delta P] = [T][\Delta\theta] \\ \left[\dfrac{\Delta Q}{V}\right] = [U][\Delta V] \end{cases} \xrightarrow{\text{بطوریکه}} \begin{cases} [\Delta P] = [\Delta\rho] \\ \left[\dfrac{\Delta Q}{V}\right] = [\Delta L] \end{cases}$$

و بنابراین U و T در معادلات 1 و 2 تعین می گردند.

موفق ترین متد decoupled متدی است که براساس معادلات ماتریس ژاکوبین متد نیوتن، استوار باشد:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \qquad (3)$$

بطور مثال اگر در معادلات بالا، ماتریس های J,N را به علت ضعیف بودن وابستگی بین $P-\theta$ و $Q-V$ در نظر نگیریم معادلات decoupled زیر نتیجه می گردند:

$$[\Delta P] = [H].[\Delta\theta] \qquad (4)$$

$$[\Delta Q] = [L].[\Delta V] \qquad (5)$$

بدست آمده است که معادلات بالا که تابع مشخصه غیر خطی دارند، بطور ناپایداری با فواصل از پاسخ (حل دقیق) ارتباط دارند. با تقسیم کردن معادلات 4 و 5 بر اندازه ولتاژ معادلات زیر حاصل می گردند:

$$\left[\frac{\Delta P}{V}\right] = [A].[\Delta\theta]$$

$$\left[\frac{\Delta Q}{V}\right] = [C].[\Delta V]$$

این معادلات با استفاده از مقادیر دقیق تر V , θ که در هر یک از تکرارها بدست می آیند، حل می گردند.

[C],[A] ماتریس های اسپارس، غیر متقارن در مقدار و هر دو تابعی از V , θ هستند که باید در تکرار محاسبه گردند.

بطور کلی روش نیوتن را می توان به فرم فشرده زیر بیان کرد:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta P}{V} \\ \frac{\Delta Q}{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \varepsilon A_{12} \\ \varepsilon A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

که:

ε = 1 برای نیوتن رافسون

ε = 0 برای Decoupled Newton

4-1-6- تقریبی بر روش نیوتن رافسون

اگر معادله بکار رفته برای پخش بار را بصورت زیر بنویسیم:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \qquad (*)$$

اما می دانیم به ازای تغییرات اندک در دامنه ولتاژ توان اکتیو هر باس (P_T) تغییر مختصری پیدا می کند لذا با توجه به اینکه تمامی درایه های J_2 به فرم $\frac{\partial P_T}{\partial V}$ می باشند، می توانیم آنها را بطور تقریبی برابر صفر بگیریم. به طور مشابه به ازای تغییرات اندک در فاز ولتاژ توان راکتیو هر باس (Q_T) تغییر مختصری پیدا می کند، و چون درایه های J_3 دارای فرم $\frac{\partial Q_T}{\partial \delta}$ می باشند، می توانیم آنها را بطور تقریبی صفر بگیریم.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

که برای بدست آوردن $\Delta\delta$ وΔV خیلی ساده تر است. ولی اگر در همان چند تکرار اول به جواب برسد مؤثر است. بدهی است که حل چنین دستگاهی برای بدست آوردن $\Delta\delta$ وΔV ساده تر از حل دستگاه (*) می باشد.

اگر روش نیوتن رافسون با استفاده از مختصات دکارتی برای ولتاژ نوشته شود، مسلم است که روش تقریبی به فرم اخیر نمی تواند بکار رود. در این حالت عناصر غیر قطری ماتریس های J_1 تا J_4 را بطور تقریب برابر صفر گرفته و بدین ترتیب می توان حل مسأله را ساده نمود.

فصل پنجم

مقایسه روش های گوس سایدل و نیوتن رافسون

فاکتورهای مهم برای انجام این مقایسه به شرح زیر هستند:

۱. فضای مورد نیاز برای ذخیره سازی داده ها در حافظه کامپیوتر

۲. زمان مورد نیاز برای هر تکرار

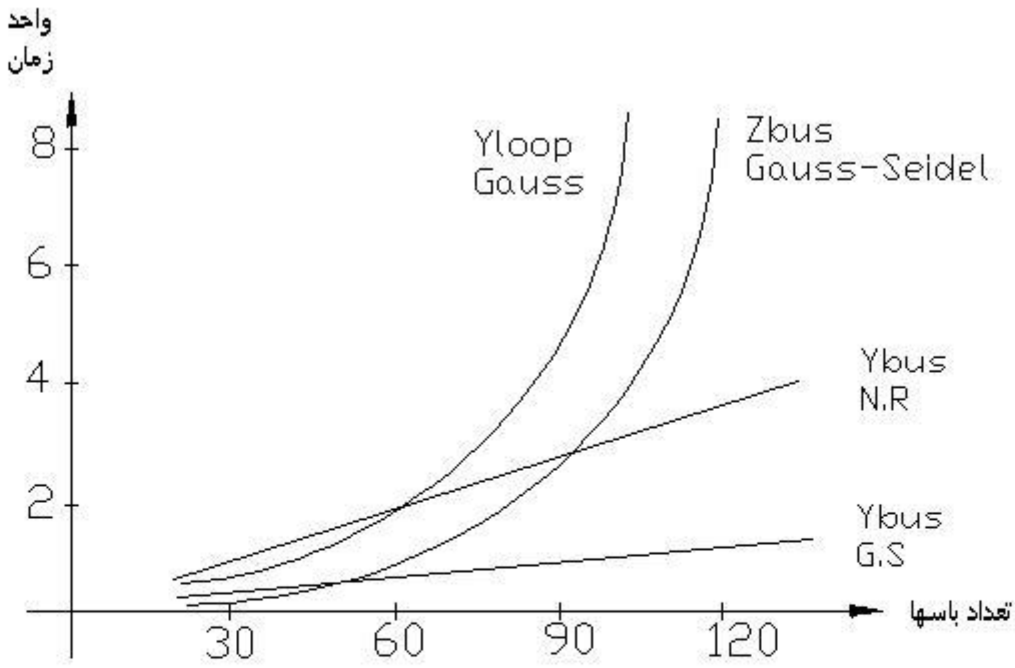
۳. زمان کل مورد نیاز برای رسیدن به جواب

در مورد فضای مورد نیاز در حافظه هنگامی که تعداد باس ها بالا می رود عمده حافظه مورد نیاز جهت ذخیره Ybus یا Zbus می باشد. از آنجه که Ybus یک ماتریس اسپارس می باشد لذا کافی است تنها عناصر غیر صفر آن ذخیره گردند. برای نمونه در سیستمی با 101 شین که یکی از آنها شین مبناست 1000 , word جهت ذخیره سازی عناصر غیر صفر Ybus مورد نیاز می باشد و چنانچه از تقارن موجود در Ybus نیز استفاده شود و تنها نیمی از عناصر غیر صفر و غیر قطری آن ذخیره گردند این عدد به 600 واحد حافظه (word) کاهش می یابد.

اما می دانیم Zbus یک ماتریس کامل بوده و عناصر صفر جزء در سطر و ستون متناظر با باس مبنا دیده نمی شوند. لذا اگر بخواهیم Zbus همان شبکه 101 را در حافظه ذخیره کنیم به 20000 واحد حافظه نیاز داریم که با در نظر گرفتن تقارن در Zbus این مقدار را می توان به 10100 (word) کاهش داد. از همین مقایسه ساده برتری روشهای مبتنی بر استفاده از Ybus جهت کم کردن حافظه مورد نیاز برنامه مشخص می گردد. اما در این اینجا به زمان مورد نیاز برای اجرای برنامه نگاهی داریم.

می دانیم این زمان برا ی هر برنامه به عوامل زیر بستگی دارد:

۱. تعداد اعمال ریاضی و یا لاجیکی که لازم است برای هر تکرار (iteration) صورت گیرد.
۲. میزان همگرایی روش بکار رفته در برنامه
۳. ابعاد و مشخصات سیستم قدرت مورد مطالعه



(شکل 8)

همانطور که دیده می شود متد G.S با بکار گرفتن Ybus حداقل تعداد اعمال ریاضی در هر تکرار را داشته و نتیجتاً زمان مورد نیاز برای هر تکرار از روشهای دیگر کمتر است. این ویژگی به علت اسپارس بودن Ybus و ساده بودن تکنیک محاسبات در این روش می باشد. در مرتبه بعد متد N.R با بکار گرفتن Ybus قرار گرفته، چرا که اسپارس بودن ماتریس Ybus در این مورد هم اثر خود را در کم کردن تعداد محاسبات لازم گذاشته است. اما آنچه این روش را به مرتبه دوم کشانده لزوم محاسبات عناصر ماتریس ژاکوبین در هر تکرار می باشد. در مورد هر دو روش اخیر دیده می شود که زمان مورد نیاز برای هر تکرار به طرز خطی با افزایش تعداد باسها زیاد می گردد. زیرا تعداد عناصر غیر صفری که به Ybus اضافه می گردد رابطه خطی با تعداد باسهای اضافه شده به سیستم دارد.

بالاتر از منحنی های این دو روش منحنی روش G.S با بکارگیری Zbus دیده می شود. این روش گرچه ساده است اما به علت اینکه Zbus یک ماتریس کامل می باشد دارای زمان بیشتری برای هر تکرار شده

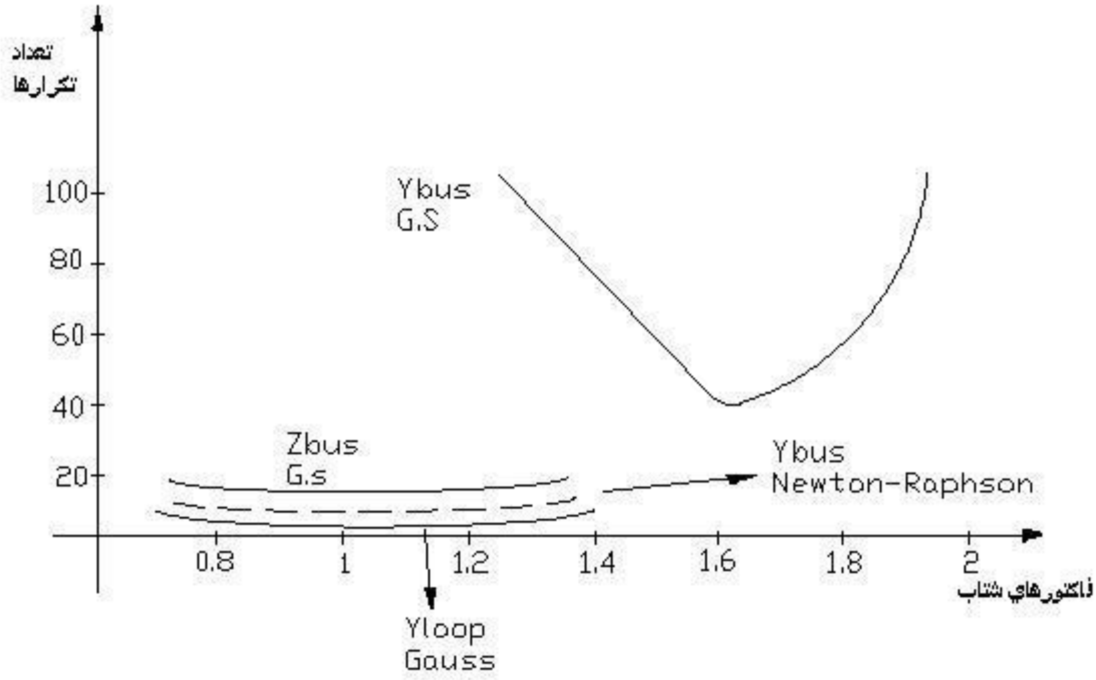
است و درست به علت همین ویژگی Zbus است که زمان لازم برای هر iteration در این روش با مربع تعداد باسهای شبکه متناوب می باشد.

حال به مقایسه میزان همگرایی روشهای مختلف می پردازیم:

در میان متدهای مورد بحث در قسمت قبل، روش گوس سایدل با بکارگیری Ybus کمترین همگرایی را داشته لذا برای اینکه یک مسأله با این روش حل گردد به تکرارهای زیادتری نیاز دارد. بعلاوه تعداد تکرارها در این روش با افزایش تعداد باسها بطور خطی افزایش می یابد در حالی که برای سایر روشها (N.R با Ybus و G.S با Zbus) تعداد تکرارها تقریباً بدون ارتباط با اندازه سیستم و در حد ثابتی است. برای هرچه روشن تر شدن این امر به جدول زیر توجه کنید:

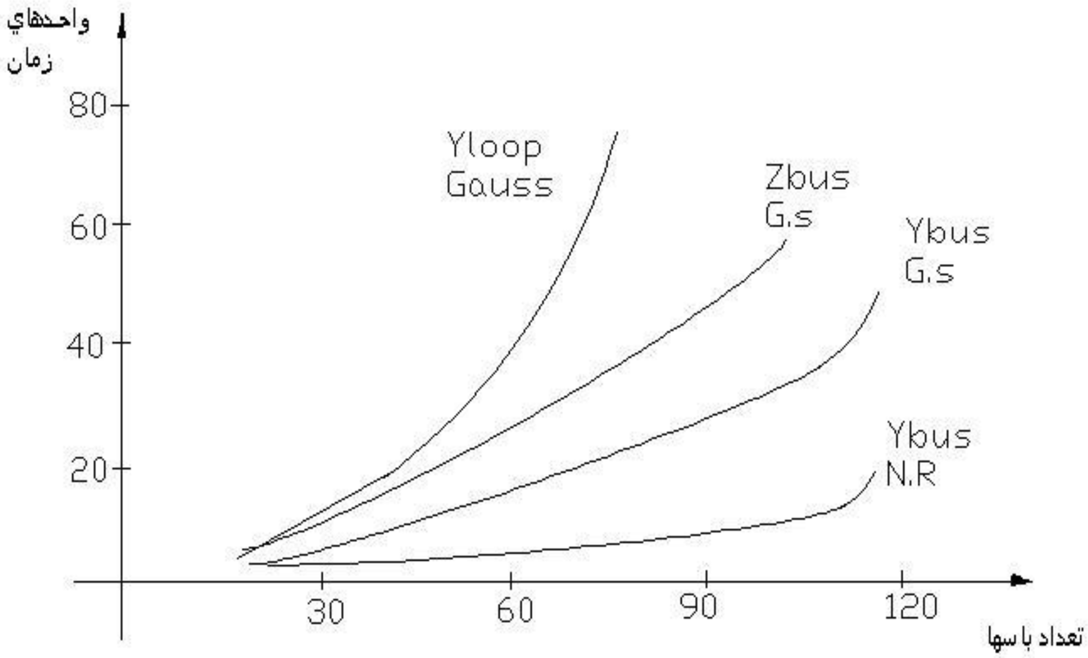
تعداد باسها	G.S با Ybus	N.R با Ybus	G.S با Zbus
14	24	4	5
30	33	4	5
57	59	4	6
92	80	4	5
113	92	4	5

همانطور که قبلاً هم اشاره شد برای افزایش همگرایی روش G.S با Ybus از ضریب شتاب استفاده می گردد. محاسبه مقدار بهینه برای ضریب شتاب کار مشکلی است زیرا در حالت کلی این فاکتور بستگی به مشخصات شبکه و روش حل بکار رفته پیدا می کند. تاثیر اندازه ضریب شتاب در همگرایی روشهای مختلف در شکل بعد نشان داده شده است. لازم به ذکر است که منحنی های این شکل مربوط به یک سیستم دارای 30 شین و 41 خط می باشد.



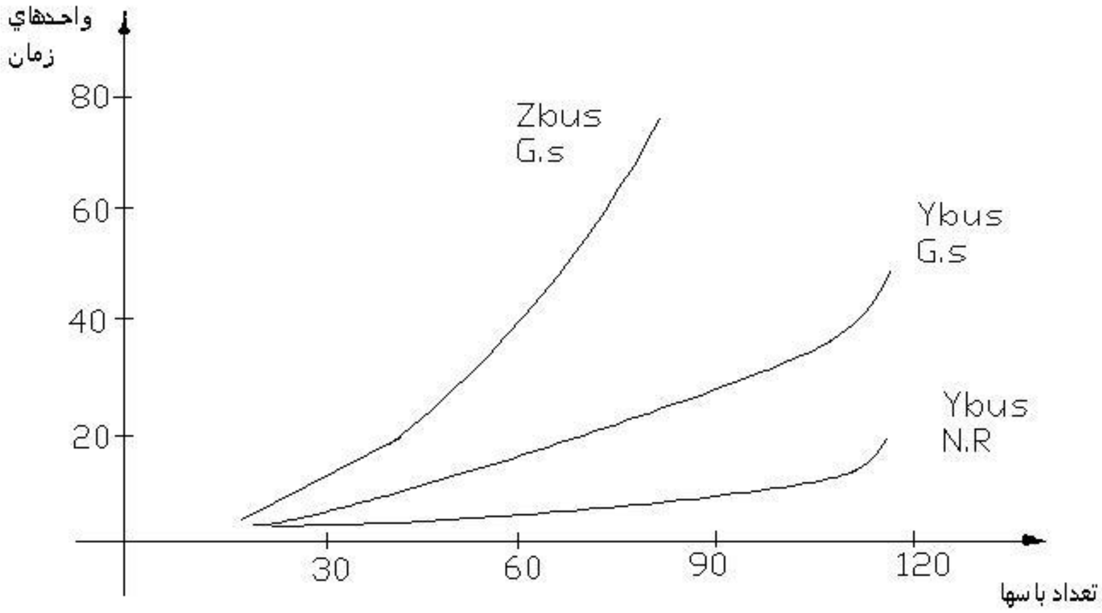
(شکل 9)

بلاخره اگر بخواهیم از نقطه نظر زمان کل مورد نیاز هر یک از روشها برای رسیدن به جواب صحبت کنیم باید بگوئیم که متد Ybus با N.R حداقل زمان را لازم دارد. منحنی های مربوط به روش های مورد بحث که ارتباط بین کل زمان مورد نیاز و تعداد باسها را هم نشان می دهد در شکل زیر آورده شده اند:



(شکل 10)

این منحنی ها در حالتی صحیح هستند که باس کنترل ولتاژ وجود نداشته باشد. اگر تاثیر این باس را هم در مسأله در نظر بگیریم به منحنی های شکل بعد می رسیم.

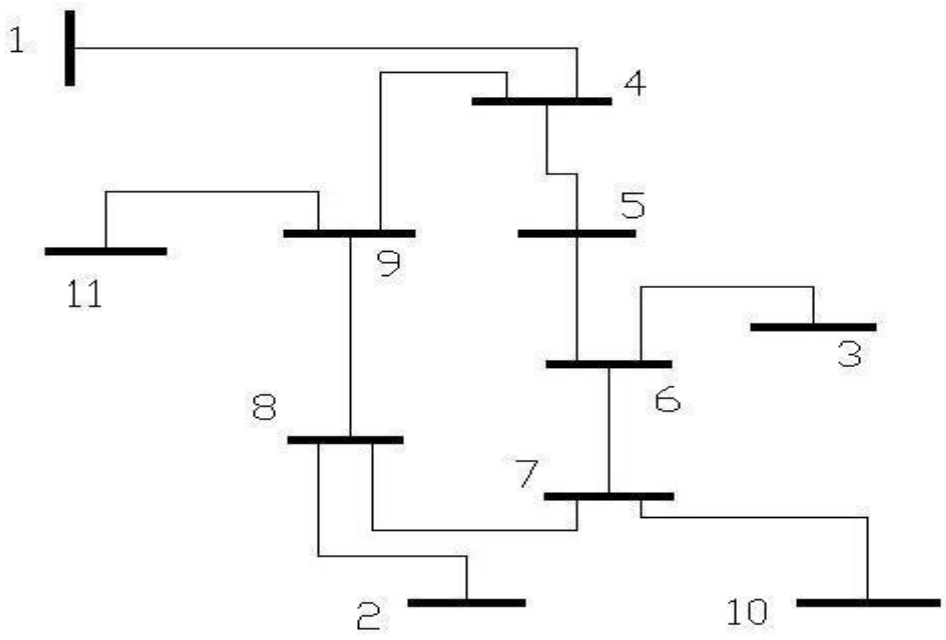


(شکل 11)

بد نیست اشاره کنیم که با وارد شدن باسهای کنترل ولتاژ در سیستم روش G.S با Ybus برای همگرایی به تکرارهای کمتری (نسبت به حالت بدون باس کنترل ولتاژ) نیاز پیدا می کند. در حالتی که تعداد تکرارهای مورد نیاز برای G.S با Zbus و N.R با Ybus اندکی افزایش می یابد. از طرفی دیگر زمان مورد نیاز برای هر تکرار در روش های G.S با Ybus و G.S با Zbus افزایش می یابد. در حالی که این زمان برای روش N.R با Ybus کاهش می یابد. زیرا محاسبات لازم برای باسهای کنترل ولتاژ در این روش ساده تر بوده و به عملیات کمتری نیاز دارد.

حال به مثالی با 11 باس که در زیر آمده است و با برنامه مطلب حل شده است توجه کنید:

- مثال: مطلوبست حل سیستم نشان داده شده در شکل زیر:



شکل (12)

Branch _ data				
Bus to	Bus	Resistance	Reactance	Susceptance
1	4	0.0000	0.0576	0.0000
4	5	0.0170	0.0920	0.1580
5	6	0.0390	0.1700	0.3580
3	6	0.0000	0.0586	0.0000
6	7	0.0119	0.1008	0.2090
7	8	0.0085	0.0720	0.1490
8	2	0.0000	0.0625	0.0000
8	9	0.0320	0.1610	0.3060
9	4	0.0100	0.0850	0.1760
9	11	0.0000	0.0750	0.0000
7	10	0.0000	0.0478	0.0000

Bus _ Data							
Number Bus	V	PG	QG	PL	QL	QL(max)	QL(min)
1	1	0	0	0.5	0.2	0	0
2	1.1	3	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	1.5	0.8	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0
10	1.08	2.5	0	0	0	0	0
11	1	0		2	1	1.6	-0.9

```
% Power flow solution by Gauss-Seidel method
clear
clc
pack
branch_data=[1 4 0 0.0576 0,4 5 0.017 0.092 0.158,5 6 0.039 0.17 0.358,3 6 0 0.0586 0,6 7 0.0119 0.1008 0.209,7 8 0.0085 0.072 0.149,8 2 0 0.0625 0,8 9 0.032 0.161 0.306,9 4 0.01 0.085 0.176, 9 11 0 0.075 0,7 10 0 0.0478 0];
```

```
bus_data=[1 1 1 0 0 0.5 0.2 0 0,2 2 1.1 3 0 0 0 0 0,3 1 1 0 0 0 0 0 0,      4 3 1 0
0 0 0 0 0,5 3 1 0 0 1.5 0.8 0 0,6 3 1 0 0 0 0 0 0,7 3 1 0 0 0 0 0 0,8 3 1 0 0 0 0 0 0
0,9 3 1 0 0 0 0 0 0,10 1 1.08 2.5 0 0 0 0 0,11 2 1 0 0 2 1 1.6 -0.9];
nl = branch_data(:,1);              nr = branch_data(:,2);
R = branch_data(:,3);               X = branch_data(:,4);
B = (j/2)*branch_data(:,5);
nbr=length(branch_data(:,1));    nbus = max(max(nl), max(nr));
Z = R + j*X;                        y= ones(nbr,1)./Z;
Ybus=zeros(nbus,nbus);          Nrepeat=0;
%Form Ybus
for k=1:nbr;
Ybus(nl(k),nr(k))=Ybus(nl(k),nr(k))-y(k);
Ybus(nr(k),nl(k))=Ybus(nl(k),nr(k));
end
for  n=1:nbus
for k=1:nbr
if nl(k)==n
Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
elseif nr(k)==n
Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
end
end
end
clear B R X Z k n nl nr y
n=bus_data(:,1);
kb=bus_data(:,2);               V0=bus_data(:,3);
```

```
Qg=bus_data(:,5);          Pg=bus_data(:,4);
Ql=bus_data(:,7)           Pl=bus_data(:,6);
Qgmin=bus_data(:,9);       Qgmax=bus_data(:,8);
Q=Qg-Ql;                   P=Pg-Pl;
Error=1;
while max(Error)>1e-4
for L=1:nbus
%Compute delta and v for PQ busses
if kb(L)==3
YV=0;
for k=1:nbus
YV=YV+Ybus(L,k)*V0(k);
end
YV=YV-Ybus(L,L)*V0(L);
Vm(L)=((P(L)-j*Q(L))/conj(V0(L))-YV)/Ybus(L,L);
Error(L)=abs(Vm(L)-V0(L));
V0(L)=Vm(L);
Nrepeat=Nrepeat+1
elseif kb(L)==2
%Compute Q and delta for PV busses
YV=0;
for k=1:nbus
YV=YV+Ybus(L,k)*V0(k);
end
Qg(L)=Q(L)+Ql(L);          Q(L)=-imag(conj(V0(L))*YV);
if Qg(L)>Qgmax(L)
```

```
Q(L)=Qgmax(L)-Ql(L);
end
if Qg(L)<Qgmin(L)
Q(L)=Qgmin(L)-Q(L);
end
YV=YV-Ybus(L,L)*V0(L);
V1(L)=((P(L)-j*Q(L))/conj(V0(L))-YV)/Ybus(L,L);
drad(L)=angle(V1(L));
Vm(L)=abs(V0(L))*cos(drad(L))+j*abs(V0(L))*sin(drad(L));
Error(L)=abs(Vm(L)-V0(L));
V0(L)=Vm(L);
elseif kb(L)==1
YV=0;
for k=1:nbus
YV=YV+Ybus(L,k)*V0(k);
end
Q(L)=-imag(conj(V0(L))*YV);P(L)=real(conj(V0(L))*YV);
Qg(L)=Q(L)+Ql(L);             Pg(L)=P(L)+Pl(L);
Vm(L)=V0(L);
Error(L)=abs(Vm(L)-V0(L));
end
end
V=abs(Vm)
delta=angle(Vm)*180/pi
PG=Pg' , QG=Qg' , Nrepeat
end
```

خروجی این برنامه در جدول زیر آورده شده است.

Bus	V	delta	PG	QG
1	1.0000	0	1.7192	0.4218
2	1.1000	0.1107	3.0000	0.6631
3	1.0000	0	0.2289	-0.3324
4	0.9897	-4.0710	0	0
5	0.9399	-7.9290	0	0
6	1.0196	-0.7548	0	0
7	1.0658	1.9409	0	0
8	1.0759	6.9164	0	0
9	0.9964	-6.4299	0	0
10	1.0800	0	-0.8156	0.3351
11	1.0000	-15.0882	0	1.1992

حال همین مثال را به روش نیوتن رافسون حل می کنیم:

```
%   Power flow solution by Newton-Raphson method
clear
clc
pack
branch_data=[1 4 0 0.0576 0,4 5 0.017 0.092 0.158,5 6 0.039 0.17 0.358,3 6 0 0.0586 0,6 7 0.0119 0.1008 0.209,7 8 0.0085 0.072 0.149,8 2 0 0.0625 0,8 9 0.032 0.161 0.306,9 4 0.01 0.085 0.176,         9 11 0 0.075 0,7 10 0 0.0478 0];
```

```
bus_data=[1 1 1 0 0 0.5 0.2 0 0,2 2 1 3 0 0 0 0 0,3 1 1 0 0 0 0 0 0,        4 3 1 0
0 0 0 0 0,5 3 1 0 0 1.5 0.8 0 0,6 3 1 0 0 0 0 0 0,7 3 1 0 0 0 0 0 0,8 3 1 0 0 0 0 0 0
0,9 3 1 0 0 0 0 0 0,10 1 1 2.5 0 0 0 0 0,11 2 1 0 0 2 1 1.6 -0.9];
nl = branch_data(:,1);              nr = branch_data(:,2);
R = branch_data(:,3);               X = branch_data(:,4);
B = (j/2)*branch_data(:,5);
nbr=length(branch_data(:,1));       nbus = max(max(nl), max(nr));
Z = R + j*X;
y= ones(nbr,1)./Z;
Ybus=zeros(nbus,nbus);
Nrepeat=0
%Form Ybus
for k=1:nbr;
Ybus(nl(k),nr(k))=Ybus(nl(k),nr(k))-y(k);
Ybus(nr(k),nl(k))=Ybus(nl(k),nr(k));
end
for  n=1:nbus
for k=1:nbr
if nl(k)==n
Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
elseif nr(k)==n
Ybus(n,n) = Ybus(n,n)+y(k)+B(k);
end
end
end
clear B R X Z k n nl nr y
```

```
n=bus_data(:,1);          kb=bus_data(:,2);
V0=bus_data(:,3);
Pg=bus_data(:,4);         Qg=bus_data(:,5);
Pl=bus_data(:,6);         Ql=bus_data(:,7);
Qgmax=bus_data(:,8);      Qgmin=bus_data(:,9);
P=Pg-Pl;                  Q=Qg-Ql;
%   Form Jacobian matrix
V=abs(V0) ;               delta=angle(V0);
Y=abs(Ybus) ;             teta=angle(Ybus);
m=0;
for t=1:nbus
if kb(t)==3 ,
m=m+1 ;
YV=0;
for k=1:nbus
YV=YV+Ybus(t,k)*V0(k);
end
end
end
Error=1;
while max(Error)>1e-12
for n=2:nbus
for k=2:nbus
if k==n
YV1=0;YV2=0;
for r=1:nbus
```

```
YV1=YV1+Y(k,r)*V(r)*sin(delta(k)-delta(r)-teta(k,r));
YV2=YV2+Y(k,r)*V(r)*cos(delta(k)-delta(r)-teta(k,r));
end
P0(k,1)=YV2*V(k);
Q0(k,1)=YV1*V(k);
J1(k,k)=-V(k)*(YV1+Y(k,k)*V(k)*sin(teta(k,k)));
J2(k,k)=V(k)*Y(k,k)*cos(teta(k,k))+YV2;
J3(k,k)=V(k)*(YV2-Y(k,k)*V(k)*cos(teta(k,k)));
J4(k,k)=-V(k)*Y(k,k)*sin(teta(k,k))+YV1;
else
J1(k,n)=V(k)*Y(k,n)*V(n)*sin(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
J2(k,n)=V(k)*Y(k,n)*cos(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
J3(k,n)=-V(k)*Y(k,n)*V(n)*cos(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
J4(k,n)=V(k)*Y(k,n)*sin(delta(k)-delta(n)-teta(k,n));
end
P(k)=real(conj(V0(k))*YV);     Q(k)=-imag(conj(V0(k))*YV);
Pg(t)=P(t)+Pl(t);              Qg(t)=Q(t)+Ql(t);
if Qg(t)>Qgmax(t)
Q(t)=Qgmax(t)-Ql(t);
end
if Qg(t)<Qgmin(t)
Q(t)=Qgmin(L)-Q(t);
end
P(t)=real(conj(V0(t))*YV);     Q(t)=-imag(conj(V0(t))*YV);
Pg(t)=P(t)+Pl(t);              Qg(t)=Q(t)+Ql(t);
end
```

```
end
J2=J2([2:nbus],[2:m+1]);        J1=J1([2:nbus],[2:nbus]);
J4=J4([2:m+1],[2:m+1]);         J3=J3([2:m+1],[2:nbus]);
J=[J1 J2;J3 J4];
dP=P-P0;dQ=Q-Q0;
dQ([2:m+1])];                   dy=[dP([2:nbus]);
dx=inv(J)*dy;
x0=[delta([2:nbus]);V([2:m+1])];
x=dx+x0;
Error=abs(x-x0);
delta([2:nbus],1)=x([1:nbus-1],1);
V([2:m+1],1)=x([nbus:nbus+m-1],1)
Delta=delta*180/pi
PG=Pg'  ,  QG=Qg'  ,  Nrepeat=Nrepeat+1
end
```


خروجی این برنامه در جدول زیر آورده شده است.

Bus	V	delta	PG	QG
1	1.0000	0	0.5830	0.6927
2	0.9847	-0.0018	3.0000	0.4570
3	0.9640	0.1672	0.1200	0
4	0.9955	-3.2560	0	0
5	0.9903	-5.9981	0	0
6	0.9786	0.1672	0	0
7	0.9938	1.0421	0	0

8	1.0000	4.9582	0	0
9	1.0000	-5.0192	0	0
10	1.0000	-0.0492	0.0274	0.4508
11	1.0000	-12.3905	0.5420	1.0120

(همانطور که قبلاً نیز متذکر شدیم) در این مثال که با برنامه مطلب حل شده بود، در روش گوس سایدل با تعداد تکرار حدود 30 بار و خطای زیادتر مسأله به جواب رسید ولی روش نیوتن رافسون تنها با 5 تکرار و خطای خیلی کمتر جواب مسأله را به ما داد.

فصل ششم

روش حذف و مدل کردن در مسأله پخش بار

در این قسمت به بررسی مدل کردن و حذف باس بارها در حل مسائل پخش بار می پردازیم. به این ترتیب که بارها ابتدا مدل می شوند و به ماتریس ادمیتانس منتقل می شوند و باس های مربوط حذف خواهند شد. ماتریس ادمیتانس از نظر ابعاد هم مرتبه تعداد باسهای کنترل ولتاژ می باشد. در این حالت مختصر شده مجهولات عبارتند از تنها زاویه ولتاژهای باسهای کنترل ولتاژ. حال از روش نیوتن رافسون برای حل زوایای ولتاژ در مدل مختصر شده استفاده می کنیم و سپس ولتاژها و زوایای سیستم اصلی از یک روش مستقیم بدست خواهد آمد. مسأله برای حال 118 باس و سیستمی با 131 باس شبیه سازی شده است. که البته نشان خواهد داد که در روش کاهش یافته بیان شده زمان خیلی بهتر و سریعتر از حالت سیستم کلی می باشد. [6]

بارها بصورت زیر مدل می شوند:

$$S_L^* = P_L - jQ_L \qquad (1)$$

$$P_L = P_0 V^a \qquad (2)$$

$$Q_L = Q_0 V^b \qquad (3)$$

که در آن:

P_0 : توان اکتیو در ولتاژ نامی

Q_0 : توان راکتیو در ولتاژ نامی

a : ثابت اکسپتانسیل وابسته به ولتاژ در مدل توان اکتیو

b : ثابت اکسپتانسیل وابسته به ولتاژ در مدل توان راکتیو

می دانیم که:

$$S_L^* = V^* I_L = Y_L V^2 \qquad (4)$$

که از ترکیب فرمولهای فوق بدست می آوریم:

$$Y_L = \frac{1}{V^2}\left[P_0 V^a - jQ_0 V^b\right] \quad (5)$$

که اگر a = b فرض شود بصورت زیر خلاصه می شود:

$$Y_L = (P_0 - jQ_0)V^{(a-2)} \quad (6)$$

از نتیجه حاصل شده 3 حالت خاص ممکن است روی دهد:

۱. مدل بار ادمیتانس ثابت (a = b = 2)

$$Y_L = (p_0 - jQ_0) \quad (7)$$

۲. مدل توان مختلط ثابت (a = b = 0)

$$Y_L = \frac{1}{V^2}(p_0 - jQ_0) \quad (8)$$

۳. مدل جریان ثابت (a = b = 1)

$$Y_L = \frac{1}{V}(p_0 - jQ_0) \quad (9)$$

ماتریس ادمیتانس چنین تغییر داده می شود که ادمیتانس بار به المانهای قطری که متعلق به باسهای بر هستند اضافه می شوند. پس از آن باس بارها حذف می شوند تا مدل کاهش یافته زیر حاصل آید:

$$\begin{bmatrix} I_L \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_L & Y_{LG} \\ Y_{GL} & Y_G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_L & Y_{LG} \\ Y_{GL} & Y_G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_L \\ V_G \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$Y_L V_L + Y_{LG} V_G = 0 \quad (12)$$

با فرض:

$$I_G = Y_{GL} V_L + Y_G V_G \quad (13)$$

$$V_L = -Y^{-1} Y_{LG} V_G \quad (14)$$

$$Y_R = Y_G - Y_{GL} Y^{-1} Y_{LG} \quad (15)$$

می توان نوشت:

$$I_G = Y_R V_G \qquad (16)$$

حل مدل مختصر شده چین است:

$$S_{Gi}^{*} = V_{Gi}^{\;*} I_{Gi} = V_{Gi}^{*} \sum_{j=1}^{NG} V_{Gj} Y_{ij} \qquad (17)$$ توان مختلط تزریقی

: المانهای ماتریس ادمیتانس باس کاهش یافته Y_R است.

NG : تعداد باسهای کنترل ولتاژ در سیستم است.

$$\Delta P_i = V_{Gi} \sum_{j=1}^{NG} V_{Gj} \left[G_{ij} \cos(\delta_{ij}) + B_{ij} \sin(\delta_{ij}) \right] - P_{isp} \qquad (18)$$

که با استفاده از روش نیوتن رافسون جواب معادله زیر بر حسب $\Delta\delta$ بدست می آید:

$$\Delta P = -J \Delta \delta \qquad (19)$$

پس از محاسبه زاویه های باس کنترل ولتاژ معادله (14) را برای بدست آوردن زاویه ها و ولتاژهای باس بار حل می کنیم. ادمیتانسهای بار نیز از معادله (5) دوباره محاسبه می گردند، Y_L نیز از معادله (15) بدست می آید. در نهایت معادله (19) حل می شود و تکرار ادامه می یابد تا همگرایی حاصل شود. [1]

قدرت روش بیان شده فوق در سرعت بالا و دقت در همگرایی می باشد بطوریکه سرعت انجام محاسبات خیلی سریع تر از روش نیوتن رافسون بوده و تقریباً با Fast Decoupled برابر است. همچنین از روش BE نیز سریع تر است. البته مزیت این روش بر روش FD در این است که همگرایی توسط نسبت R/X تحت تأثیر قرار نمی گیردو از مشخصه دقیق تری نیز برخوردار است. [2]

این روش که به MODIFIED BUS ELIMINATION METHOD (MBE) معروف است را در زیر خلاصه کرده ایم:

$$I_L = \frac{S_L^{\;*}}{V_L^{*}} = \frac{P_0 V^a - jQ_0 V^b}{V_L^{*}} \qquad (1)$$

معادلات سیستم در حالت کلی چنین است:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_G \\ V_L \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$V_L = Y_{LL}^{-1}\left[I_L - Y_{LG}V_G\right] \qquad (4)$$

با جایگذاری معادله (4) در (2) داریم:

$$I'_G = Y'_G V_G \qquad (5)$$

که در آن:

$$I'_G = I_G - Y_{GL}Y_{LL}^{-1}I_L = I_G - I'_L \qquad (6)$$

$$Y'_G = Y_{GG} - Y_{GL}Y_{LL}^{-1}Y_{LG} \qquad (7)$$

چنانچه دیده می شود تمام سیستم توصیف شده در معادلات (2,3) بصورت خلاصه شده در (5) آورده شده است که تمام بارها به باسهای PV تبدیل شده اند و تمام باسهای PQ بوسیله فرم (7) حذف گردیده اند.

در باسهای PV داریم:

$$\Delta P_{Gi} = P_{Gi(specified)} - P_{Gi(calculated)} \qquad (8)$$

که در آن:

$$P_{Gi(calculated)} = \mathrm{Re}\left[S_{Gi}^*\right] = \mathrm{Re}\left[V_{Gi} * I_{Gi}\right] \qquad (9)$$

با روش نیوتن رافسون معادله را حل می کنیم:

$$\Delta P = H\Delta\delta \qquad (10)$$

که در آن:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = |V_i|\left(G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}\right)|V_j|$$

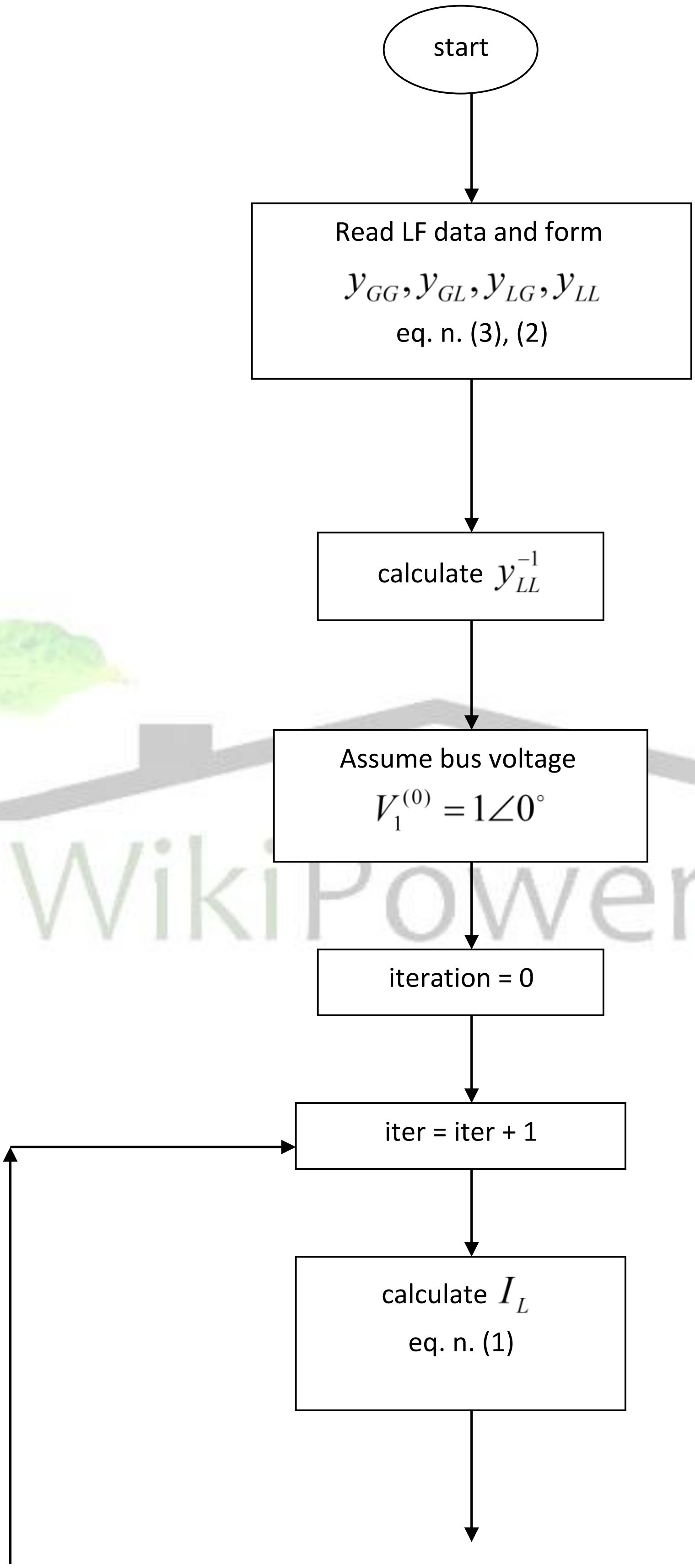
$$H_{ii} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -B_{ii}|V_i|^2 + \mathrm{Im}\left[V_{Gi}^* I_{Gi}\right]$$

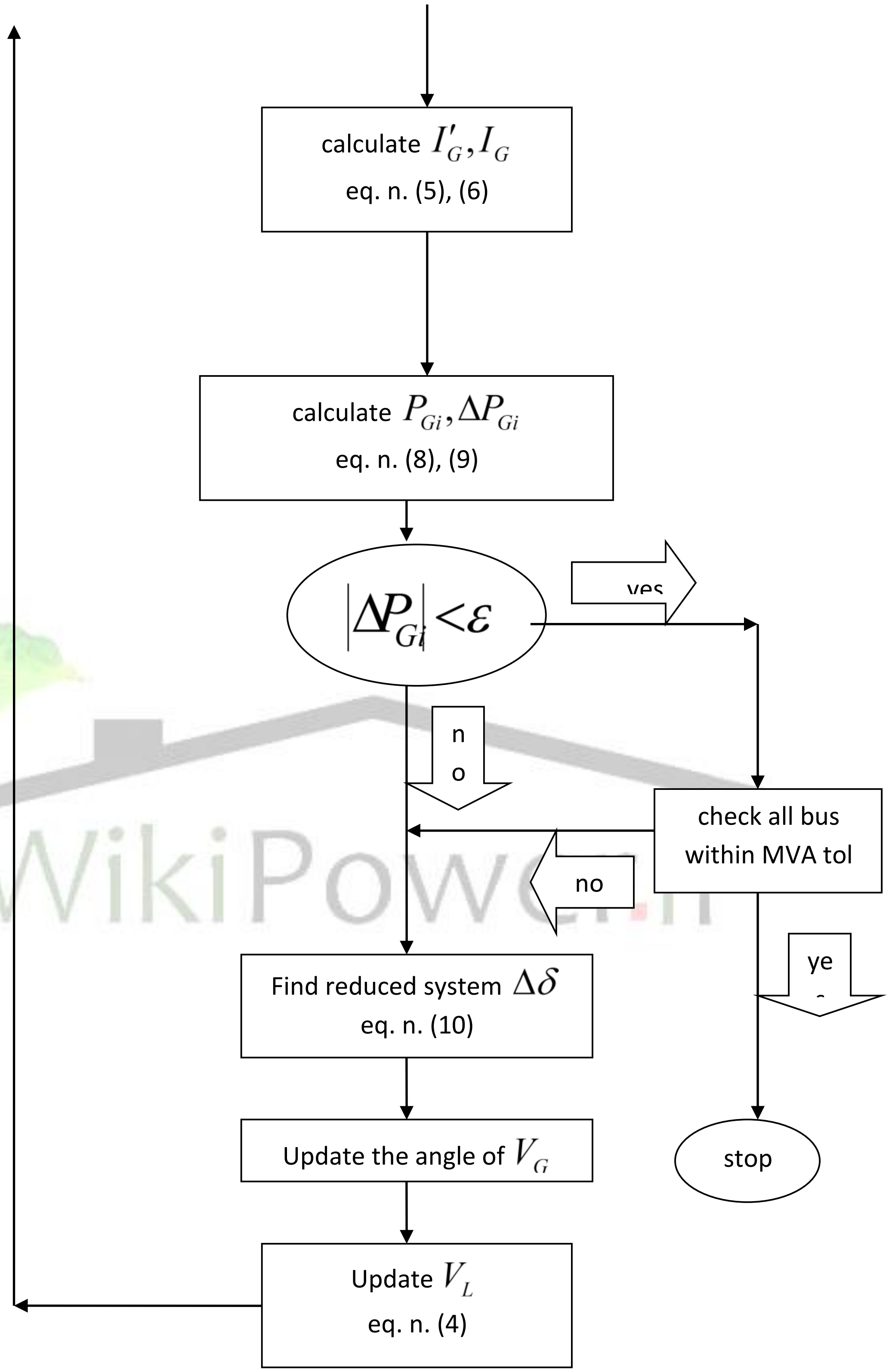
در مدل ماتریس ادمیتاس جدید المانهای Y'_G در معادله (5) چنین است:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

پس از محاسبه زاویه باس PV، ولتاژ باس PQ بدست آمده از (4) و جریان بار جدید دوباره از (1) محاسبه می گردند.

برای آشنایی بهتر با روش MBE فلوچارت آن در زیر آورده شده است:

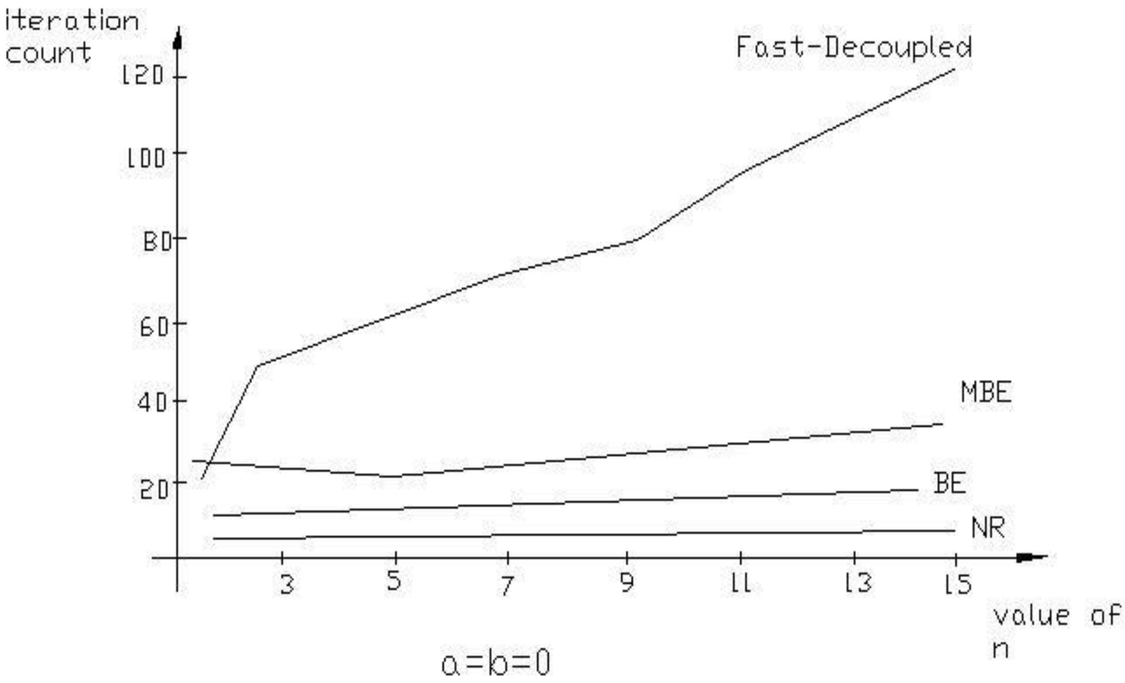

start
Read LF data and form
$y_{GG}, y_{GL}, y_{LG}, y_{LL}$
eq. n. (3), (2)
calculate y_{LL}^{-1}
Assume bus voltage
$V_1^{(0)} = 1\angle 0^{\circ}$
iteration = 0
iter = iter + 1
calculate I_L
eq. n. (1)



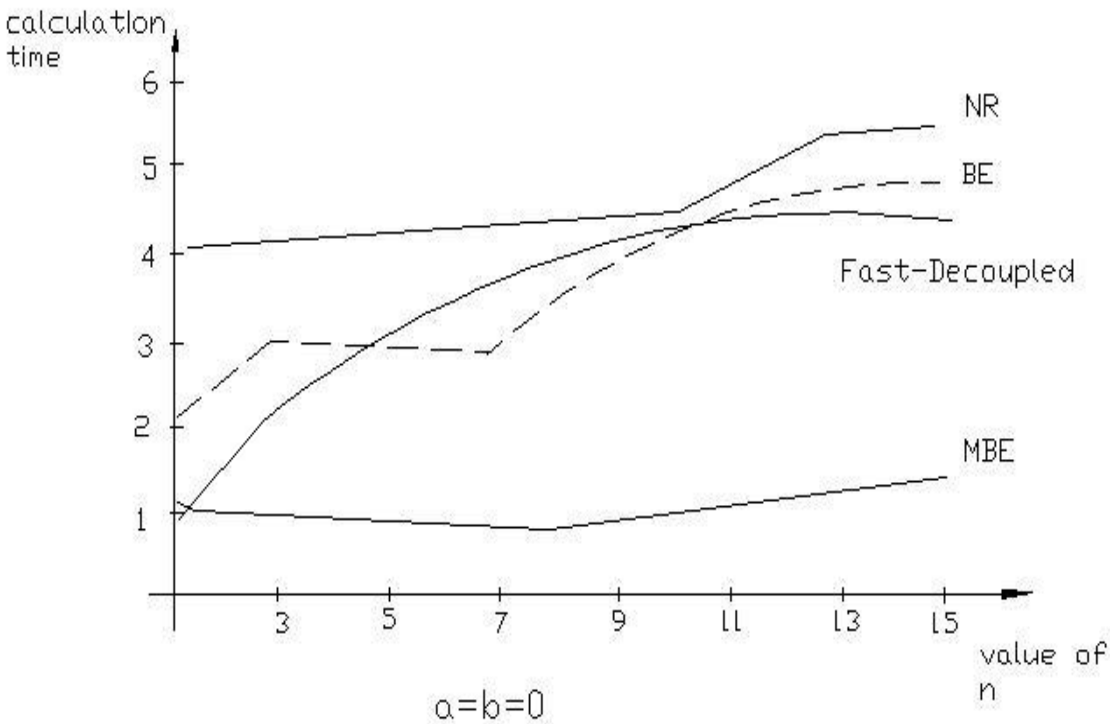
فلوچارت 6- فلوچارت روش MBE

حال که الگوریتم روش MBE بیان گردید به جدول زیر که مقایسه ای عددی بین مدت زمان و تعداد تکرارها در روشهای مختلف صورت داده توجه می کنیم:

	Method	No. of iteration	Time(s)
a=b=0	NR	4	4.1
	FD	22	1.1
	BE	2 , 2 , 2 , 1 , 1	2.3
	MBE	21	1.3
a=b=1	BE	2 , 2 , 1 , 1	1.9
	MBE	17	1.1
a=b=2	BE	2	0.4
	MBE	13	0.9
a=1.38	BE	2 , 2 , 1	1.6
b=3.22	MBE	16	1.1


iteration count
120
100
80
60
40
20
Fast-Decoupled
MBE
BE
NR
3
5
7
9
11
13
15
value of n
a=b=0

(شکل 13)


calculation time
6
5
4
3
2
1
NR
BE
Fast-Decoupled
MBE
3
5
7
9
11
13
15
value of n
a=b=0

(شکل 14)

منابع و مراجع

[1] R.N. DHAR. "Computer Aided Power Operation & Analysis".

[2] Price, W.W. Wirgan. K.A. Murdock. A. Mitsche. J.V. Vahedi. E. and EL_ Kady. M.A.. "Load Modeling for Power Flow and Transient Stability Computer Studies" IEEE Trans. on power system. Vol.3. No.1. pp. 180_187. February 1988.

[3] Dias, L.G. and EL_Hawary, M.E.. "Electric Power System Static Load Model Parameter Estimation Using Newton's Method." Electric Machines and Power System.Vol.14. NO.5.pp.317_328,1988

[4] Stagy and EL_Abiad. "Computer Methods in Power System Analysis." 1968

[5] W.F. Tinny and C.D. Hart, "Power Flow Solution by Newton's Method." IEEE Transaction on Power Apparatus and System, Vol.68, pp.1449, 1967

[6] Jawad Talay, "Modeling and Elimination of Load Buses in Power Flow Solution." IEEE Trans. on Power System, Vol.10, No.3, August 1995.